30.01.2017

Przykładowe zagadnia na egzamin z **Metod Komputerowych w Mechanice**, sem. 3/1 dla kierunku Wzornictwo Przemysłowe, WMiBM studia I stopnia, sem 1 rok 2015/2016, opracował dr inż. P. Stąpór.

1. Dla zadanego problemu brzegowego w sformułowaniu lokalnym wyprowadź słabe sformułowanie wariacyjne

$$u'' + 2x\,u + 1 = 0 \qquad x \in (2,3)$$
$$u(2) = 0 \qquad u'(3) = 2$$

2. Zamień problem brzegowy na problem z jednorodnymi podstawowymi warunkami brzegowymi

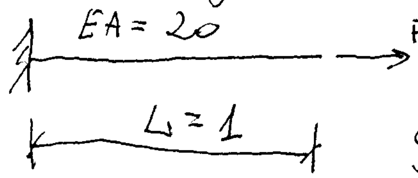
$$xy'' - \pi y' = 2\cos(\pi x) \qquad x \in (1,2)$$
$$y(1) = 0.3 \qquad y'(2) = 0.4$$

3. Rozwiązać problem brzegowy metodą Bubnowa-Galerkina w sformułowaniu słabym, do obliczeń przyjąć jedną funkcję bazową (uzasadniając wybór)

$$u'' = 1 \qquad x \in (0,1)$$
$$u(0) = 0 \qquad u'(1) = 0$$

4. Wyznaczyć przemieszczenia pręta rozciąganego metodą Bubnowa-Galerkina w sformułowaniu słabym, przyjmując jedną funkcję bazową z uzasadnieniem.

$$EAu'' + g(x) = 0$$



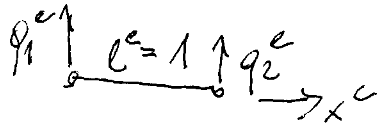
$F = 2 = EAu'(L)$

$g(x) = x$

5. Wyznaczyć macierz sztywności elementu skończonego dla problemu brzegowego (nie wykonywać operacji całkowania)

$$y'' + xy' = 1$$

Aproksymacja $\quad y^e = \left[1 - \frac{x^e}{l^e} \quad \frac{x^e}{l^e}\right] \cdot \begin{bmatrix} q_1^e \\ q_2^e \end{bmatrix}$



$d^e = 1/2$

6. Wyznaczyć wektor obciążenia ciągłego elementu skończonego dla problemu brzegowego (nie wykonywać operacji całkowania)

$$y'' + y x^2 = \sin(x) + 2$$

Funkcje kształtu elementu: $\underline{N}^e = \left[1 - \frac{x^e}{l^e} \quad \frac{x^e}{l^e} \right]$

$d^e = 0.7 \qquad l^e = 1/2$

7. Wykonać agregację macierzy sztywności elementu skończonego do globalnej macierzy sztywności

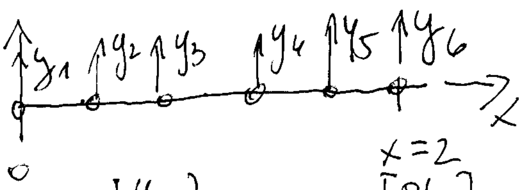
Macierz topologii

	(1)	(2)	(3)	- lokalne stopnie swobody
e	3	1	4	- globalne stopnie swobody

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$ - globalna macierz sztywności

$$\underline{K}^e = \begin{bmatrix} 11 & 12 & 13 \\ 21 & 22 & 23 \\ 31 & 32 & 33 \end{bmatrix}$$ - lokalna macierz sztywności elementu

8. Dla zagadnienia brzegowego zapisać układ równań MES z uwzględnieniem warunków brzegowych



$x = 0$

$y(0) = 2$

$y'(2) = -1$

$$\underline{K} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \end{bmatrix} = \underline{F}^e + \begin{bmatrix} P_1^b \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ P_6^b \end{bmatrix}$$

$$\underline{P}_e^b = \begin{bmatrix} -y'(0) \\ y'(l^e) \end{bmatrix}$$

wektor brzegowy elementu

30.01.2017

9. Wyznaczyć wektor strumienia przepływu ciepła w elemencie skończonym dla danych węzłowych wartości temperatury, wektora funkcji kształtu i współczynnika przewodności cieplnej

~~Wyznacz~~

$$\underline{T}^e = \begin{bmatrix} 18.33 \\ 0 \\ 16.66 \end{bmatrix}$$

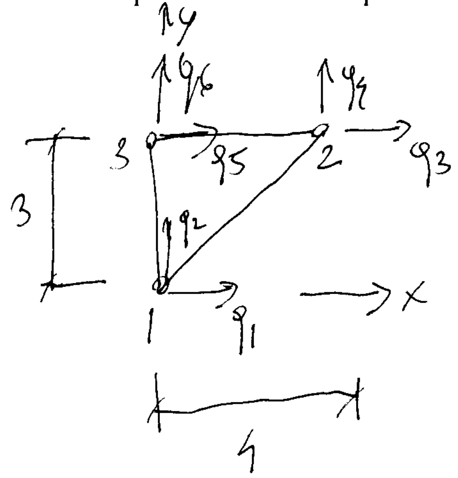
$$N_1 = 1 - 0.5x - y \qquad k = 4$$

$$N_2 = 0.5x$$

$$N_3 = y$$

prawo Fouriera: $\underline{q} = -k \nabla T \qquad \nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix}$

10. Rozwiązując tarcze otrzymano dla elementu skończonego wektor przemieszczeń, wyznaczyć przemieszczenia w punkcie (1,2) tarczy



$$\underline{q} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \\ -17 \\ 2.5 \\ -10 \end{bmatrix} \cdot 10^{-4}\,m$$

$$N_1 = 1 - \frac{1}{3}y$$

$$N_2 = \frac{1}{4}x$$

$$N_3 = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{3}y$$