

Czym jest Mathcad?



- System obliczeniowy
- Edytor tekstu
- Narzędzie do tworzenia wykresów

Arkusze i Regiony

Arkusz programu Mathcad:

Regiony

- Region wyrażeń matematycznych
 - Region tekstu
 - Region wykresów
 - Region obrazów
-

Kursor

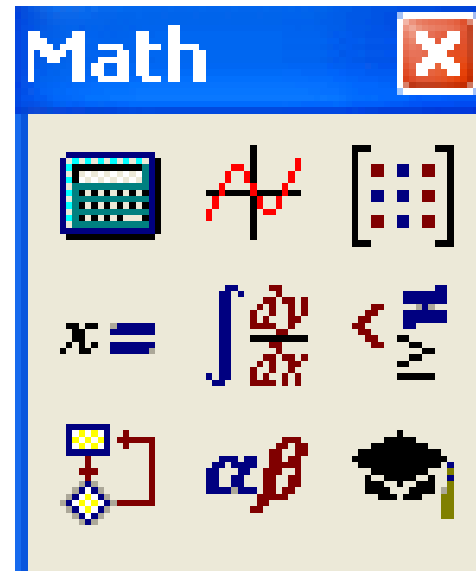
- Czerwony krzyżyk – miejsce wstawienia regionów
 - Czerwona linia – kursor edycji tekstu
 - Niebieskie linie – kursor edycji wyrażeń matematycznych
-

Wprowadzanie wyrażeń

- Definicja zmiennych i funkcji
 - Wyznaczanie wartości wyrażeń
 - Edycja wyrażeń
 - Kolejność obliczeń
 - Automatyczne i ręczne wyznaczanie wartości wyrażeń
-

Pasek narzędzi Math

- Calculator
- Graph
- Matrix
- Evaluation
- Calculus
- Boolean
- Programming
- Symbolic



Przykłady

- Formatowanie wyników obliczeń
 - Rachunek różniczkowy i całkowy
 - Definicja zmiennej zakresowej
 - Tworzenie wykresów funkcji
 - Operacje na macierzach i wektorach
-

Przykłady c.d.

- Jeszcze trochę o macierzach
Inne sposoby definicji

$$i := 1..3 \quad j := 1..3 \quad A_{i,j} := i + 2 \cdot j$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 8 \\ 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

$$F_{i,j} :=$$

1
2
3
-2
5
6
7
8
9

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

• Kilka funkcji macierzowych

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 8 \\ 5 & 7 & 9 \end{pmatrix} \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{Wyznacznik} \quad |\mathbf{F}| = -36 \quad |\mathbf{A}| = 0$$

$$\text{Macierz odwrotna} \quad \mathbf{F}^{-1} = \begin{pmatrix} 0.083 & -0.167 & 0.083 \\ -1.667 & 0.333 & 0.333 \\ 1.417 & -0.167 & -0.25 \end{pmatrix} \quad \mathbf{A}^{-1} = \blacksquare$$

$$\text{Odwołanie do kolumny} \quad \mathbf{F}^{\langle 2 \rangle} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 8 \end{pmatrix} \blacksquare \quad \text{i wiersza} \quad (\mathbf{A}^T)^{\langle 3 \rangle T} = (5 \ 7 \ 9)$$

$$\text{Łączenie macierzy} \quad \text{stack}(\mathbf{A}, \mathbf{F}) = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 8 \\ 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ -2 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{augment}(\mathbf{A}, \mathbf{F}) = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 8 & -2 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 9 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

- Kilka funkcji macierzowych

ORIGIN = 1

$$AF = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 8 & -2 & 5 & 6 \\ 5 & 7 & 9 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Sortowanie w/g kolumny

$$csort(AF, 4) = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 8 & -2 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 7 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 7 & 9 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

i wiersza

$$rsort(AF, 2) = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 & 5 & 7 \\ -2 & 4 & 5 & 6 & 6 & 8 \\ 7 & 5 & 8 & 9 & 7 & 9 \end{pmatrix}$$

Wycinanie części macierzy

$$submatrix(AF, 2, 3, 3, 6) = \begin{pmatrix} 8 & -2 & 5 & 6 \\ 9 & 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Element min, max i wartość
średnia

$$\min(AF) = -2$$

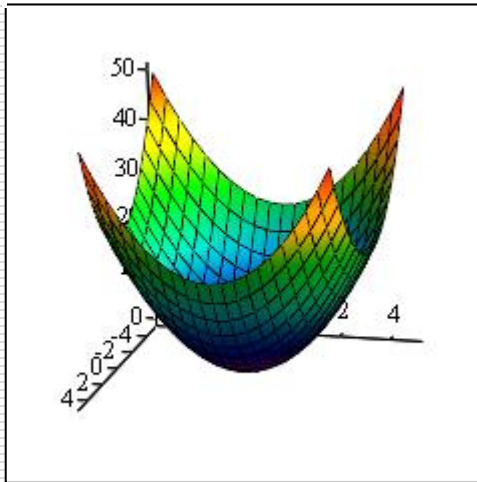
$$\max(AF) = 9$$

$$\text{mean}(AF) = 5.167$$

Przykłady c.d.

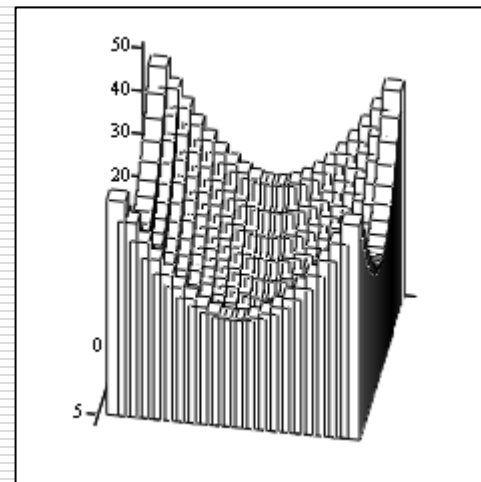
- Wykresy 3D

$$f(x,y) := x^2 + y^2$$



f

Surface plot



f

Bar plot

Przykłady c.d.

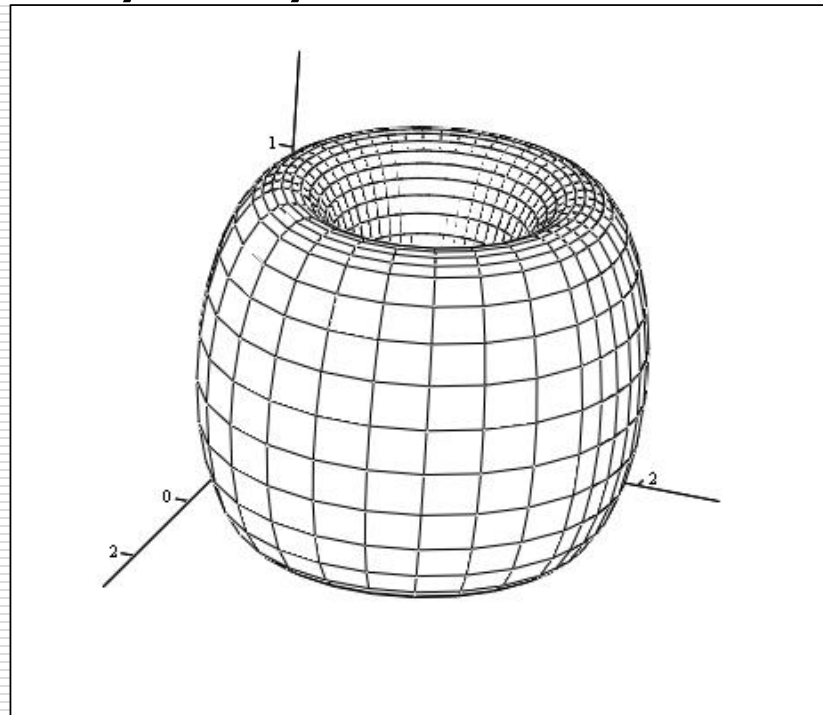
- Wykres parametryczny w 3D

$$X(u, v) := (2 + \cos(u)) \cdot \cos(v)$$

$$Y(u, v) := (2 + \cos(u)) \cdot \sin(v)$$

$$Z(u, v) := 2 \cdot \sin(u)$$

$$N1 := \text{CreateMesh}(X, Y, Z, 40, 40)$$



N1

Rozwiązywanie równań i układów równań

- Funkcja `root()`
 - Funkcja `polyroots()`
 - Funkcja `Isolve()`
 - Funkcja `Given Find()`
-

Analiza danych – prosta regresji

- Wczytywanie i odczytywanie danych z pliku .prn – funkcja WRITEPRN() i READPRN()

```
ORIGIN:= 1
i:= 1..100   j:= 1..2
Ti,j:= 100 *  $\frac{i}{2} + j^2$ 
WRITEPRN("G:\Tmacierz.prn") := T
X:= READPRN("G:\Tmacierz.prn")
```

Analiza danych – prosta regresji

- Współczynniki regresji liniowej
Funkcja `slope()` i `intercept()`

```
P := READPRN("G:\pomiar.y.prn")
```

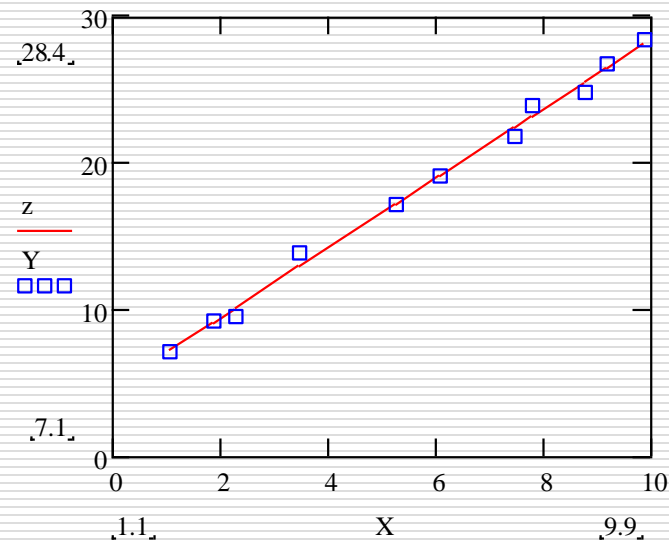
```
X := P<0>      Y := P<1>
```

```
a := slope(X, Y)   b := intercept(X, Y)
```

```
a = 2.384   b = 4.603   N := rows(X)
```

```
i := 0..N - 1
```

```
zi := a · Xi + b
```



Analiza danych – regresja wielomianowa

- Funkcja regress() i interp()

```
P := READPRN("G:\pomiar.prn")
```

```
X := P<0>    Y := P<1>
```

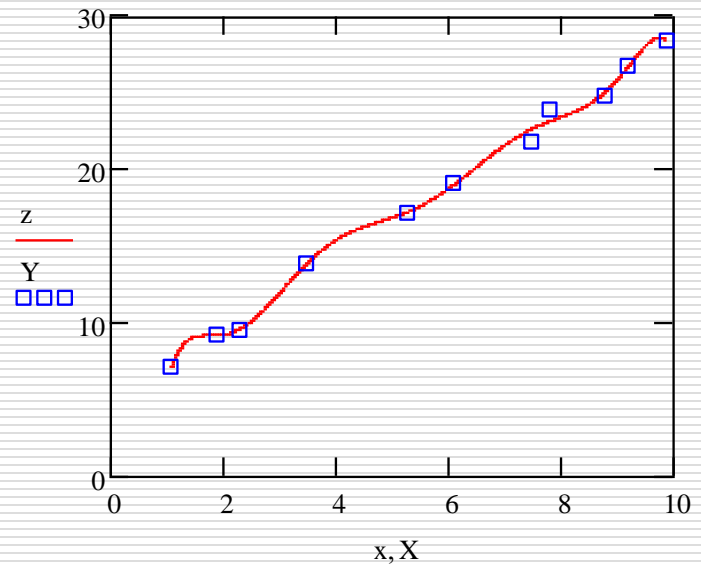
```
c := regress(X, Y, 8)
```

```
N := 1000    Step :=  $\frac{X_{\text{last}(X)} - X_0}{N}$ 
```

```
i := 0..N
```

```
x1 := X0 + i·Step
```

```
z1 := interp(c, X, Y, x1)
```



Rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych – problem początkowy

- Funkcja rkfixed()

$$\frac{d}{dt}y(t) = f(t, y) \quad y(t_0) = y_0$$

$$f(t, y) := \sin(t) + \frac{1}{y}$$

$$t_0 := 0$$

$$y_0 := 1$$

Warunek początkowy

Rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych – problem początkowy

- Funkcja `rkfixed()`

$t1 := 8 \cdot \pi$ Koniec przedziału rozwiązania

$N := 1 \times 10^3$ Liczba wyznaczanych punktów rozwiązania w przedziale $[x0, x1]$

$i\varphi := y0$ Wektor wartości początkowych

$D(t, Y) := f(t, Y_0)$ Funkcja pochodnych (drugi argument musi być **wektorem** wartości szukanej funkcji)

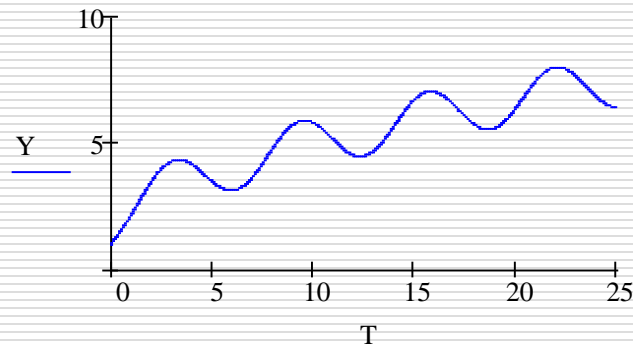
Rozwiązywanie równań różniczkowych zwyczajnych – problem początkowy

- Funkcja `rkfixed()`

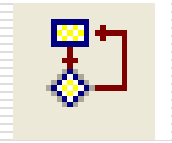
`S := rkfixed(ic, t0, t1, N, D)` Macierz rozwiązania

`T := S<0>` Wartości zmiennej niezależnej

`Y := S<1>` Wartości szukanej funkcji



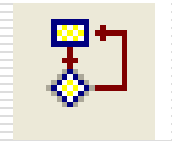
Programowanie – paleta programming



- Operator linii programu
Add Program Line]
- Operator lokalnego przypisania
Local Definition {

$$\left| \begin{array}{l} x \leftarrow 6 \cdot 34 = 204 \\ x \end{array} \right.$$

Programowanie – paleta programming

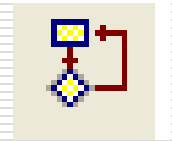


- Operator return

```
| x ← 6 · 34 = 204  
| return x
```

x = ■

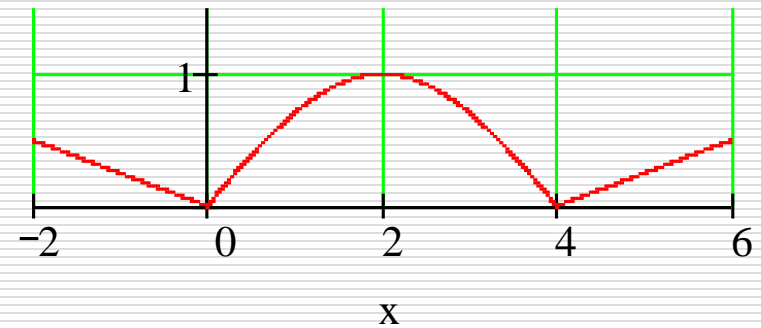
Programowanie – paleta programming



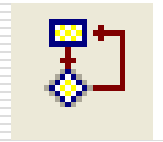
- Operator if

$$\text{PW}(x, n) := \begin{cases} \sin\left(x \frac{\pi}{n}\right) & \text{if } 0 < x < n \\ \frac{-x}{n} & \text{if } x \leq 0 \\ \frac{x - n}{n} & \text{if } x \geq n \end{cases}$$

PW(x, 4)



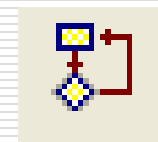
Programowanie – paleta programming



i otherwise

$$f(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } |x| > 2 \\ \sqrt{4 - x^2} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Programowanie – paleta programming

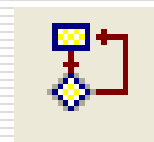


Operator **for**

Program wyznaczający błędy aproksymacji w węzłach aproksymacji oraz całkowity błąd kwadratowy dla danych

```
Res(X, Y, n) := | c ← regress(X, Y, n)
                  | for i ∈ 0..last(X)
                  |   ei ← Yi - interp(c, X, Y, Xi)
                  | out0 ← e
                  | out1 ← ∑ e2
                  | return out
```

Programowanie – paleta programming

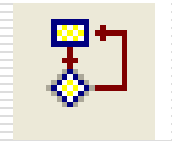


Wyznaczenie błędów aproksymacji za pomocą funkcji Res()

$$X := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \\ 0.35 \\ 0.7 \\ 1 \end{pmatrix} \quad Y := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 9 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad n := 2$$

$$\text{poly2} := \text{Res}(X, Y, 2) \quad \text{poly2} = \begin{pmatrix} \{5,1\} \\ 39.226 \end{pmatrix}$$

Programowanie – paleta programming



Operator **while**

Program wyznaczający pierwiastek kwadratowy z zadany bledem eps

```
Newton(x) :=  
  eps ← 10-6  
  r ←  $\frac{x}{2}$   
  rnew ←  $\frac{r}{2} + \frac{x}{2r}$   
  while |rnew - r| > eps  
    r ← rnew  
    rnew ←  $\frac{r}{2} + \frac{x}{2r}$   
  rnew
```

Obliczenia symboliczne

- Symbolic Equal Sign →

$$F(x) := \sum_{k=0}^3 \left(\frac{3!}{k!(3-k)!} x^k 2^{3-k} \right)$$

Wyznaczenie wartości wyrażenia symbolicznie →

$$F(x) \rightarrow 8 + 12x + 6x^2 + x^3$$

Wyznaczenie wartości wyrażenia numerycznie =

$$F(2) = 64$$

Inny przykład

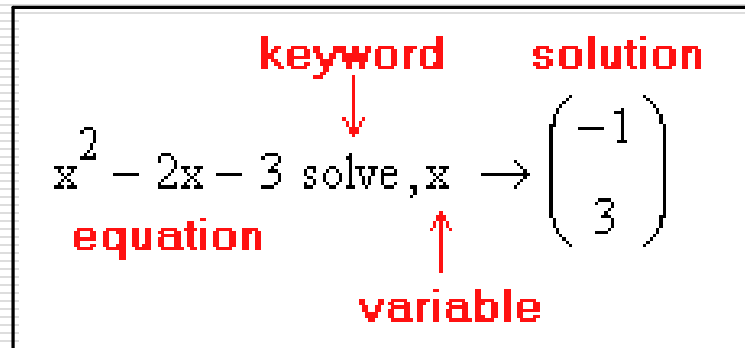
$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \frac{5}{6} - \frac{6}{7} + \frac{7}{8} \cdot \pi = 3.342$$

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \frac{5}{6} - \frac{6}{7} + \frac{7}{8} \pi \rightarrow \frac{83}{140} + \frac{7}{8} \pi$$

Obliczenia symboliczne

- Symbolic keyword evaluation

Symboliczne rozwiązywanie równań – operator solve



Obliczenia symboliczne

- Symbolic keyword evaluation

Symboliczne rozwiązywanie równań – operator solve c.d.

$$z - 3 = (x + 2)^2 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{bmatrix} (-2) + (z - 3)^{\frac{1}{2}} \\ (-2) - (z - 3)^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\frac{c}{a \cdot z} = b \cdot z \text{ solve, } a \rightarrow \frac{c}{b \cdot z^2}$$

Obliczenia symboliczne

- Symbolic keyword evaluation

Symboliczne rozwiązywanie równań – operator solve c.d.

$$\text{sol}(z) := z - 3 = (x + 2)^2 \text{ solve, } x \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ (-2) + (z - 3)^{\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{2} \\ (-2) - (z - 3)^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

$$\text{sol}(8) = \begin{pmatrix} 0.236 \\ -4.236 \end{pmatrix} \quad \text{sol}(5) = \begin{pmatrix} -0.586 \\ -3.414 \end{pmatrix}$$

Obliczenia symboliczne

- Symbolic keyword evaluation

Upraszczenie wyrażeń – operator simplifies

$$(x - 1)^2 + 2x^2 + 4x - 1 \text{ simplify} \rightarrow 3x^2 + 2x$$

Grupowanie wyrażeń – operator factor

$$2x^3 - 2x - 3x^2 + 3 \text{ factor} \rightarrow (x - 1)(2x - 3)(x + 1)$$

I na koniec jeszcze jeden wykres ...

```
P := READPRN("G:\world.prn")
```

```
rows(P) =  $6.92 \times 10^3$ 
```

```
D := P<0>     S := P<1>
```

