

# **SZEREGI CZASOWE**

## **Składowe szeregu czasowego**

**Marzena Nowakowska**

**Wydział Zarządzania i Modelowania Komputerowego  
Politechnika Świętokrzyska**

**Budynek C, p. 3.21**

**[spimn@tu.kielce.pl](mailto:spimn@tu.kielce.pl)**

# Analiza szeregu czasowego

## Cel

Zbudowania modelu opisującego proces, aby móc wykorzystać ten model do prognozowania wartości cechy opisywanej przez ten proces.

## Zagadnienie istotne

Stacjonarność - determinuje rodzaj modelu budowanego dla danych.

## Natura trudności

- trudna jest naoczna weryfikacja czy  $E(X_t)$  lub  $\sigma^2$  są stałe
- trudna jest weryfikacja, czy funkcja autokowariancji  $\text{cov}(X_t, X_{t+k})$  (autokorelacji) zależy od  $t$ , czy nie: mając do dyspozycji jedną trajektorię
- stacjonarność trzeba raczej założyć i zweryfikować statystycznie, czy oszacowany model jest dobrze dopasowany do danych.

W dążeniu do rozpoznania charakteru zjawiska reprezentowanego przez proces stochastyczny stosuje się różne rodzaje takich przekształceń.

## Dekompozycja klasyczna szeregu czasowego

Metoda statystyczna przekształcenia szeregu czasowego, która umożliwia wyodrębnienie wszystkich możliwych elementów składowych szeregu, tj. tendencji rozwojowej, wahań okresowych i wahań przypadkowych.

# Możliwe składowe szeregu czasowego

- **Tendencja rozwojowa** czyli **trend** - długookresowa skłonność do jednokierunkowych zmian (wzrostu lub spadku) wartości badanej zmiennej. Jest rozpatrywana jako konsekwencja działania stałego zestawu czynników.
- **Wahania cykliczne** (cykliczność) - regularne wzorce wzrostów i spadków o okresie zazwyczaj dłuższym niż jeden rok, najczęściej związane z okresowymi zmianami koniunktury (cykle koniunkturalne). Trend i cykliczność są traktowane jako pojedyncza składowa reprezentująca długoterminową tendencję w danych.
- **Wahania okresowe/sezonowe** (sezonowość) - regularne wahania o określonym cyklu (okresie przebiegu); część zmienności zawarta w szeregach czasowych, która wiąże się z sezonowością zjawisk. Wahania sezonowe mogą być stałe lub zmienne ze względu na ich okres i amplitudę.
- **Wahania przypadkowe** (zakłócenia losowe, szum, składowa przypadkowa, niesystematyczna) - wahania o charakterze losowym, będące efektem różnic pomiędzy rzeczywistymi i teoretycznymi wielkościami wynikającymi z działania tendencji rozwojowej, sezonowości i cykliczności zjawiska.

# Ogólna postać dekompozycji szeregu czasowego

$$X_t = f(m_t, s_t, Z_t)$$

$f$	funkcja definiującą postać modelu dekompozycyjnego
$m_t$	trend długoterminowy
$s_t$	składowa sezonowa
$Z_t$	zakłócenie losowe, przypadkowe (reszty, część resztowa)

Główne **cele dekompozycji** szeregu czasowego:

- identyfikacja ogólnej tendencji rozwojowej zjawiska, np. wzrostowa, spadkowa,
- identyfikacja regularności występujących w przebiegu szeregów czasowych, np. poprzez stwierdzenie obecności lub brak trendu, określenie charakteru trendu (np. liniowy, kwadratowy, inny), określenie charakteru sezonowości,
- zastosowanie metod prognozowania dla szeregów, w szczególności stacjonarnych.

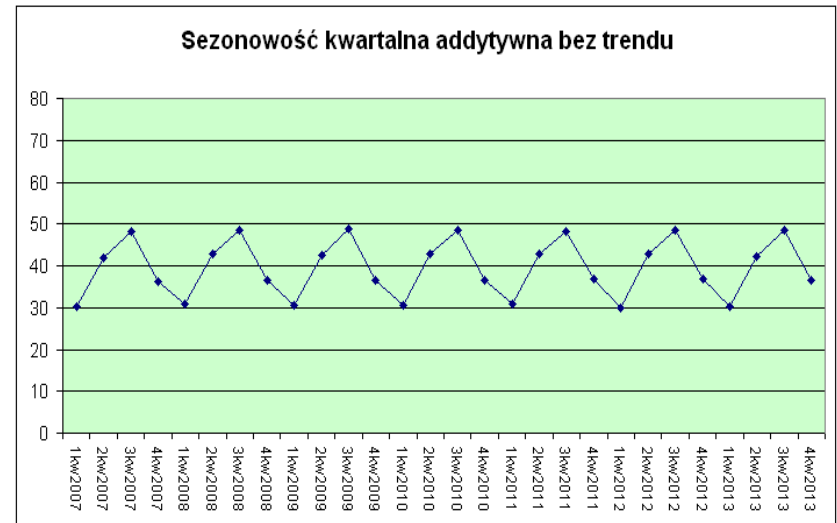
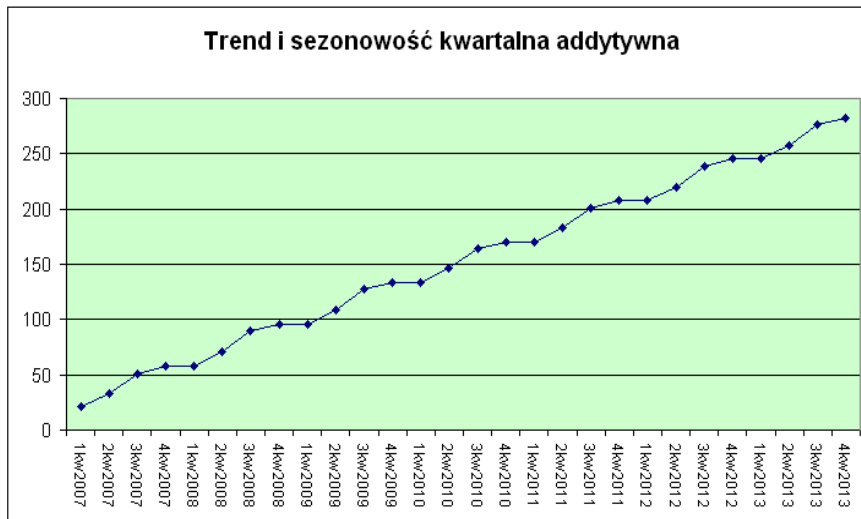
# Model addytywny

Obserwowane wartości zmiennej stanowią sumę składowych szeregu. Sezonowa wahania addytywne charakteryzują się stałą amplitudą wahań i są niezależne od poziomu zjawiska w czasie.

Każda składowa modelu addytywnego jest wyrażona w tych samych jednostkach. Wahania sezonowe lub przypadkowe stanowią odchylenie od trendu lub od przeciętnego poziomu zmiennej prognozowanej.

$$X_t = m_t + s_t + Z_t \quad \text{lub} \quad X_t = \text{const} + m_t + s_t + Z_t$$

**Dekompozycja addytywna**, gdy wielkość wahań sezonowych lub wariancja danych wokół trendu nie zmienia się wraz z poziomem szeregu.



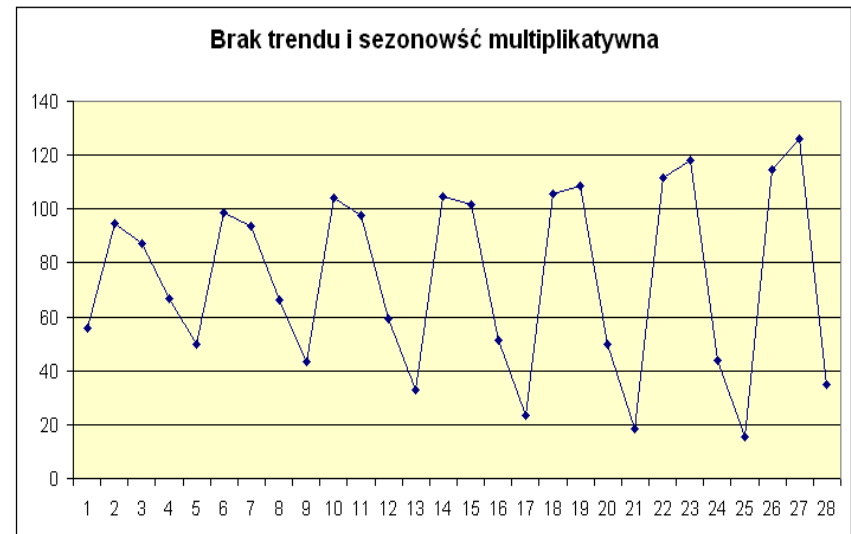
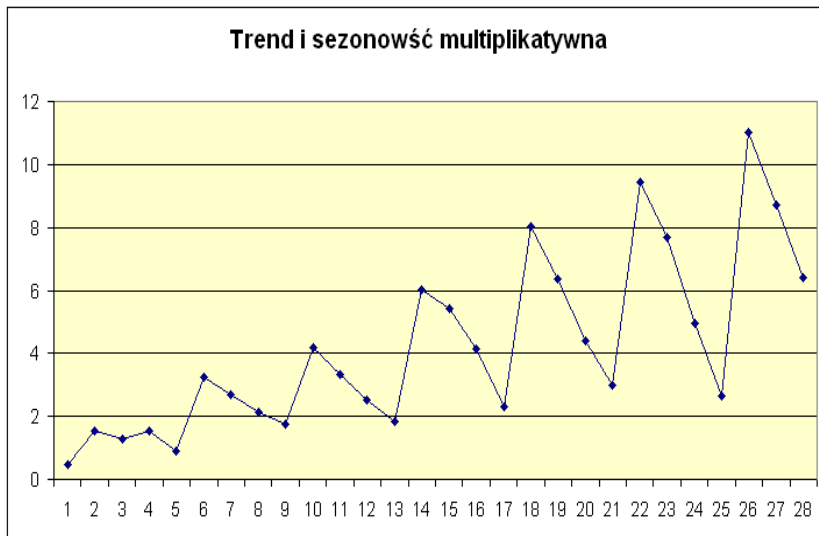
# Model multiplikatywny

Obserwowane wartości zmiennej stanowią iloczyn składowych szeregu. Sezonowa wahania multiplikatywne mają zmienną amplitudę wahań, a ich siła oddziaływania zależy od zmian zjawiska w czasie.

Wahania multiplikatywne wyrażone są w ujęciu względnym (relatywnym) lub w wartościach procentowych. Efekty sezonowe są w przybliżeniu stałe w ujęciu procentowym, tzn. gdy większe są wartości zjawiska, to większe są i wahania sezonowe.

$$X_t = m_t \cdot s_t \cdot Z_t \quad \text{lub} \quad X_t = \text{const} \cdot m_t \cdot s_t \cdot Z_t$$

**Dekompozycja multiplikatywna**, gdy wielkość wahań sezonowych lub wariancja danych wydają się proporcjonalne do poziomem szeregu



Modelu multiplikatywnego nie stosuje się, gdy szereg ma niewielką liczbę obserwacji lub gdy wartości szeregu są bardzo małe lub bliskie zeru.

# Analiza trendu – wygładzanie

Trend, lub tendencja rozwojowa - długookresowa skłonność do systematycznych, jednokierunkowych zmian wartości badanej zmiennej spowodowany wpływem stałego zestawu czynników:

- trend rosnący; wartość zmiennej wzrasta z czasem,
- trend malejący; wartość zmiennej maleje wraz z czasem,
- trend boczny; nie dostrzega się wyraźnego trendu rosnącego lub malejącego.

Wyznaczenie trendu dokonuje się poprzez tzw. **wygładzanie (wyrównywanie)** szeregu czasowego. Wyrównanie szeregu czasowego pozwala na wyeliminowanie z szeregu wahań przypadkowych, a przy odpowiednim postępowaniu także wahań okresowych.

Klasy metod wygładzania:

- metody **mechaniczne** (nieparametryczne); najpopularniejsza – średnia ruchoma (krocząca)
- metody **analityczne** (parametryczne); estymacja postaci analitycznej funkcji opisującej trend – model regresji; parametry modeli analitycznych ( $\beta_0, \beta_1, \dots$ ) estymuje się; weryfikacja statystyczna taka, jak w modelach regresyjnych.

# Średnia ruchoma

- Średnia ruchoma prosta rzędu  $q$

$$m(t) = \frac{1}{q} \sum_{j=t-q}^{t-1} X_j \quad t = q + 1, \dots, n$$

- Średnia ruchoma scentrowana (symetryczna) rzędu  $q$ 
  - dla nieparzystej liczby elementów wyznaczających średnią:

$$m(t) = \frac{1}{2q + 1} \sum_{j=-q}^q X_{t+j} \quad t = q + 1, q + 2, \dots, n - q$$

- dla parzystej liczby elementów wyznaczających średnią:

$$m(t) = \frac{1}{2q} \left( \frac{1}{2} X_{t-q} + \sum_{j=-q+1}^{q-1} X_{t+j} + \frac{1}{2} X_{t+q} \right) \quad t = q + 1, q + 2, \dots, n - q$$

Wartość w mianowniku nosi nazwę stałej wygładzania

Mogą być odstępstwa od ww. zależności w systemach analitycznych.



# Średnia ruchoma ważona

- **Ważona średnia ruchoma prosta rzędu  $q$**

$$m(t) = \sum_{j=t-q}^{t-1} w_j X_j \quad t = q + 1, \dots, n \quad \text{oraz} \quad \sum_{j=t-q}^{t-1} w_j = 1$$

- **Ważona średnia ruchoma scentrowana (symetryczna) rzędu  $q$**

- dla nieparzystej liczby elementów wyznaczających średnią:

$$m(t) = \sum_{j=-q}^q w_j X_{j+q} \quad t = q + 1, q + 2, \dots, n - q \quad \text{oraz} \quad \sum_{j=-q}^q w_j = 1, \quad w_j = w_{-j}$$

- dla parzystej liczby elementów wyznaczających średnią: różne zależności

W wygładzaniu metodą średniej ruchomej liczba składników średniej powinna odpowiadać wahaniom okresowym lub ich wielokrotności.

# Średnia ruchoma – negatywne zjawiska

W metodzie wygładzania za pomocą średniej ruchomej istotną rolę odgrywa dobór odpowiedniej wartości rzędu wygładzania  $q$ .

Zbyt mały rząd może dostarczać estymatora trendu charakteryzującego się zbyt dużą zmiennością i niewystarczające wygładzanie (*undersmoothing*).

Zbyt duży rząd może dostarczać estymatora trendu charakteryzującego nadmiernym wygładzaniem (i zagubieniem istotnych zmian w trendzie) (*oversmoothing*).

# Popularne trendy analityczne

- Trend liniowy

$$m(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot t$$

- Trend wielomianowy

$$m(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot t + \dots + \beta_k \cdot t^k$$

- Trend wykładniczy

$$m(t) = \beta_1^t$$

- Trend potęgowy

$$m(t) = \beta_0 + t^{\beta_1}$$

- Trend logarytmiczny

$$m(t) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(t)$$

- Trend logistyczny

$$m(t) = \frac{\beta_0}{1 + \beta_1 \cdot \exp(-\beta_2 t)}$$

# Analiza wahań sezonowych

Wahania sezonowe (okresowe, cykliczne) – odchylenia w przebiegu szeregu czasowego powtarzające się w tych samych mniej więcej rozmiarach (bezwzględnych lub względnych), co jakiś, w przybliżeniu, stały odstęp czasu.

Wahania tworzą cykl sezonowy. Składa się on z faz (kształtowanie się przebiegu szeregu, np. szybki wzrost, lekki wzrost, spadek). Liczba faz w cyklu określa jego długość (długość cyklu). Np. 12 faz dotyczących danych miesięcznych, 4 fazy dotyczące danych kwartalnych itp.

Sezonowość można zdefiniować jako zależność korelacyjną rzędu  $k$  pomiędzy  $i$ -tym elementem szeregu a elementem  $(n - k + i)$ -tym,  $n = 1, 2, 3, \dots$

Mierzy się go przy pomocy autokorelacji, gdzie  $k$  jest opóźnieniem (w analizie sezonowości opóźnienie to liczba faz w cyklu). Sezonowość w wizualnym obrazie jest swego rodzaju wzorcem, który powtarza się co  $k$  elementów (co  $k$  faz).

Rodzaje identyfikowanych wahań:

- **absolutne odchylenia** wielkości zjawiska od trendu (model addytywny)
- **względne odchylenia** od trendu (model multiplikatywny)

Metody wyodrębnienia składowej okresowej:

- okres zmian znany – klasyczna dekompozycja szeregu czasowego (np. metoda wskaźników, analiza harmoniczna, modele wygładzania wykładniczego np. Wintersa),
- okres zmian nieznan – modele z opóźnionymi wartościami zmiennej prognozowanej (np. modele ARIMA, analiza autokorelacji).

# Metoda wskaźników

**Podział, na cykle.** Realizacja szeregu czasowego  $\{x_t\}$  jest dzielona na  $S$  cykli, z których każdy zawiera stałą liczbę  $k$  faz.

**Wyodrębnienie trendu.** Szereg  $x_t$  wygładza się mechanicznie (np. średnią ruchomą) lub analitycznie (wyznaczając funkcję trendu). Na podstawie trendu wyznacza się wartości teoretyczne  $\{\hat{x}_t\}$ .

**Eliminacja trendu** z szeregu czasowego wyznaczając wielkości  $w_{ti}$

$$w_{ti} = x_{ti} - \hat{x}_{ti} \text{ dla modelu addytywnego} \quad w_{ti} = \frac{x_{ti}}{\hat{x}_{ti}} \text{ dla modelu multiplikatywnego}$$

**Wyznaczenie surowych wskaźników sezonowości**  $w_i$  ( $i = 1, \dots, k$ ). Te wskaźniki wyznacza się dla jednoimiennych okresów  $i$  (tj. okresów należących do tej samej fazy) jako średnią arytmetyczną wartości szeregu w tych okresach

$$w_i = \frac{1}{S} \sum_{j=0}^{S-1} w_{i+j \cdot k, i}$$

gdzie:  $i$  - wybrana faza,  $S$  - liczba jednoimiennych faz (tyle ile cykli),  $k$  - liczba faz w kresie.

**Wyznaczenie czystych wskaźników sezonowości**  $s_i$  za pomocą  $q$  równego  $q = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k w_i$

$s_i = w_i - q$  dla modelu addytywnego (wartości bezwzględne odchyłeń, suma równa 0)

$s_i = w_i / q$  dla modelu multiplikatywnego (wartości względne odchyłeń w %, suma równa liczbie faz).

# Przykłady interpretacji wskaźników sezonowych

## Sezonowość addytywna

K1	-0,6	W pierwszych kwartałach lat 2010–2022 wartość cechy (np. cena akcji) była mniejsze średnio o 0,6 jednostek niż wynika to z funkcji trendu
K2	0,3	W drugich kwartałach lat 2010–2022 wartość cechy była większa średnio o 0,3 jednostki niż wynika to z funkcji trendu
K3	-0,5	W trzecich kwartałach lat 2010–2022 wartość cechy była mniejsze średnio o 0,5 jednostek niż wynika to z funkcji trendu
K4	0,8	W ostatnich (czwartych) kwartałach lat 2010–2022 wartość cechy była większa średnio o 0,8 jednostek niż wynika to z funkcji trendu
Suma	0,0	

## Sezonowość multiplikatywna

K1	96,5%	W pierwszych kwartałach lat 2010–2022 wartość cechy (np. wydobywania węgla w Polsce) stanowiła średnio 96,5% wartości trendu, czyli była średnio o 3,5% niższa niż wynika to z funkcji trendu
K2	100,1%	W drugich kwartałach lat 2010–2022 wartość cechy była średnio o 0,1% wyższa niż wynika to z funkcji trendu
K3	108,9%	W trzecich kwartałach lat 2010–2022 wartość cechy była średnio o 8,9% niż wynika to z funkcji trendu
K4	94,5%	W ostatnich (czwartych) kwartałach lat 2010–2022 wartość cechy była o 5,5% niższa niż wynika to z funkcji trendu
Średnia	100,0%	

# Analiza reszt

Po zastosowaniu określonej metody dekompozycji otrzymuje się oszacowania dla trendu i składników sezonowych.

Usunięcie trendu oraz wahań sezonowych umożliwia wyznaczenie pozostałych w szeregu wahań przypadkowych. Te wahania są określane jako **reszty** (w poniższych wzorach estymatory oznaczono \*):

- model addytywny:

$$Z_t^* = X_t - m_t^* - s_t^*$$

- model multiplikatywny:

$$Z_t^* = X_t / (m_t^* \cdot s_t^*)$$

W analizie szeregów czasowych istnieje duża klasa modeli, które stosuje się do szeregów stacjonarnych, dlatego aby dopasować model stacjonarny należy usunąć składowe regularne i zbadać, czy uzyskane reszty tworzą szereg stacjonarny (w szerszym sensie).

Pozytywna odpowiedź na to pytanie pozwala prognozować wartości szeregu (wykorzystując trend i wahania sezonowe) stosując ww. model wybranej klasy.

# Budowa modelu na podstawie dekompozycji

## 1. Generowanie trendu liniowego rosnącego

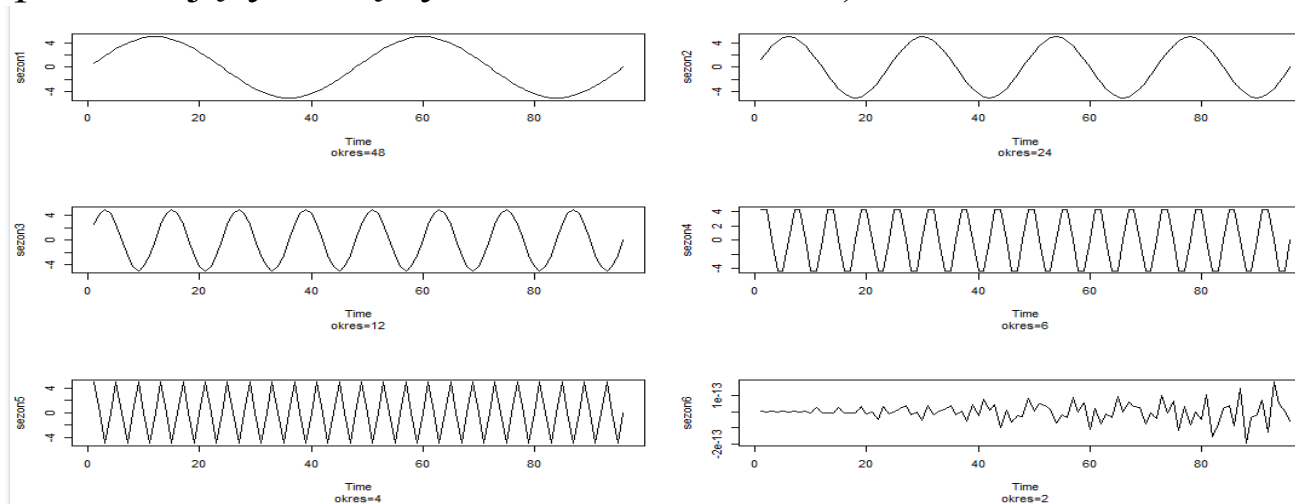
Wygenerowanie trendu liniowego o nachyleniu równym 2.

## 2. Generowanie wahań okresowych

Do generowania wahań okresowych szeregu czasowego można pewien wariant podstawowej formy fali sinusoidalnej. Jest to funkcja czasu  $t$  dana wyrażeniem:

$$f(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t) \quad \omega = \frac{2\pi}{T}$$

gdzie:  $A$  to amplituda wahań (największe wychylenie z położenia równowagi), a  $\omega$  jest częstotliwość wyrażona zależnością od okresu wahań  $T$  (czas pomiędzy powtarzającymi się cyklicznie wartościami).



## 3. Generowanie szeregu czasowego bez wahań sezonowych o modelu addytywnym

## 4. Generowanie szeregu czasowego z wahaniami sezonowymi o modelu addytywnym



# Znaczenie parametrów w symulacji szeregu czasowego

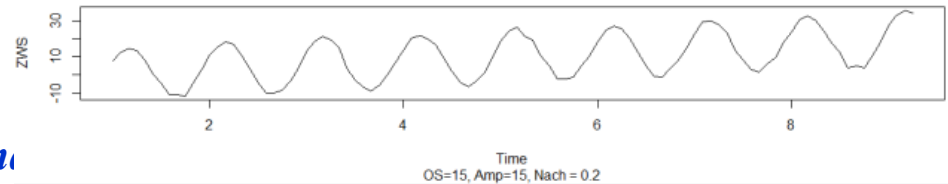
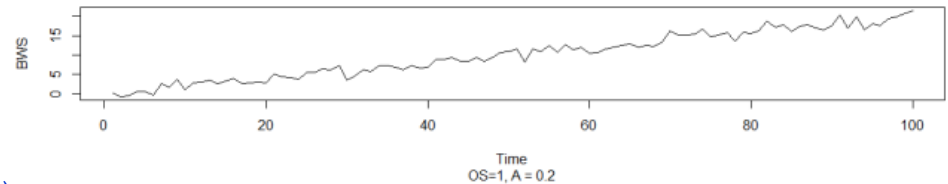
```
# symulacja szeregu na podstawie modelu dekompozycji  
# Program GenerowanieTrdSezn.R  
n=100  
d1 <- rnorm(n, mean =0, sd=1) ; sc1 <- as.ts(d1, frequency=1)
```

```
# 1. Generowanie trendu liniowego dla szeregu czasowego  
a <- 0.20; trend.liniowy <- a*time(sc1)
```

```
# 2. Generowanie wahań sezonowych  
amplituda <- 15 ; okres3 <- 12  
sezon3 <- amplituda*sin(2*pi/okres3 *time(sc1))  
#plot(sezon3, sub="okres=12")
```

```
par(mfrow=c(2,1))  
# 3. Szereg z trendem i białym szumem, bez wahań  
tytBWS="OS=1, A = 0,2"  
BWS<- ts(trend.liniowy + sc1, frequency=1)  
plot(BWS, sub=tytBWS)
```

```
# 4. Szereg z trendem, wahaniami sezonowymi i białym szumem,  
tytZWS="OS=1, Amp=15, Nach = 0,2"  
ZWS<- ts(trend.liniowy +sezon3 + sc1, frequency = okres3)  
plot(ZWS, sub=tytZWS)
```



# Funkcja *tsdisplay(x, ...)*

*# forecast*

Wykreśla szereg czasowy wraz z jego funkcjami autokorelacji i autokorelacji cząstkowej, opóźnionym wykresem rozrzutu lub widmem.

x	Wektor numeryczny lub szereg czasowy klasy <i>ts</i> .
plot.type	Rodzaj wykresu do umieszczeni w prawym dolnym roku. Wartości: "partial", "histogram", "scatter", "spectrum"; domyślnie "partial"..
points	logiczna flaga wskazująca, czy poszczególne punkty mają być pokazywane na wykresie czasowym, czy też nie; domyślnie TRUE.
lag	Maksymalne opóźnienie dla acf i pacf.
main, xlab, ylab, pch	Parametry wykresu, jak w <i>plot</i> .

```
n=100
d1 <- rnorm(n, mean=0, sd=1)
sc1 <- as.ts(d1, frequency=1)
a<- 0.2
trend.liniowy<-a*time(sc1)
amplituda<-15; okres3<-12; sezon3<-amplituda*sin(2*pi/okres3 *time(sc1))

library(forecast)
tytBWS="Szereg czasowy z trendem bez wahań sezonowych"
BWS<- ts(trend.liniowy + sc1, frequency=1)
tsdisplay(BWS, main=tytBWS)

tytZWS="Szereg czasowy z trendem i wahaniami sezonowymi"
ZWS<- ts(trend.liniowy +sezon3 + sc1, frequency = okres3)
tsdisplay(ZWS, main=tytZWS)
```

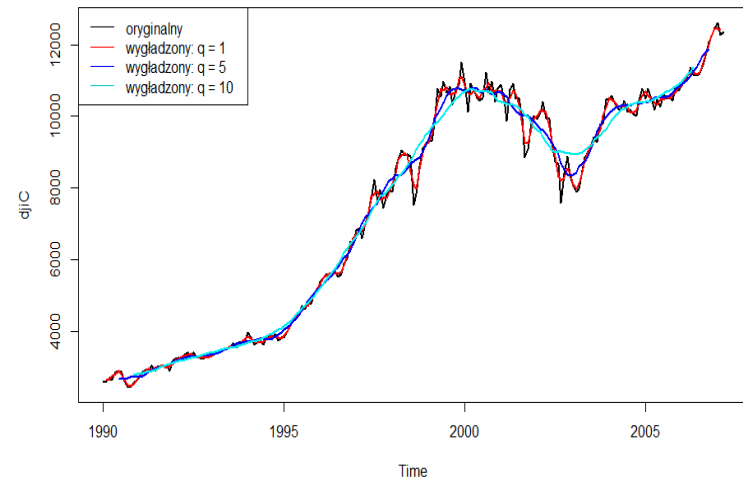
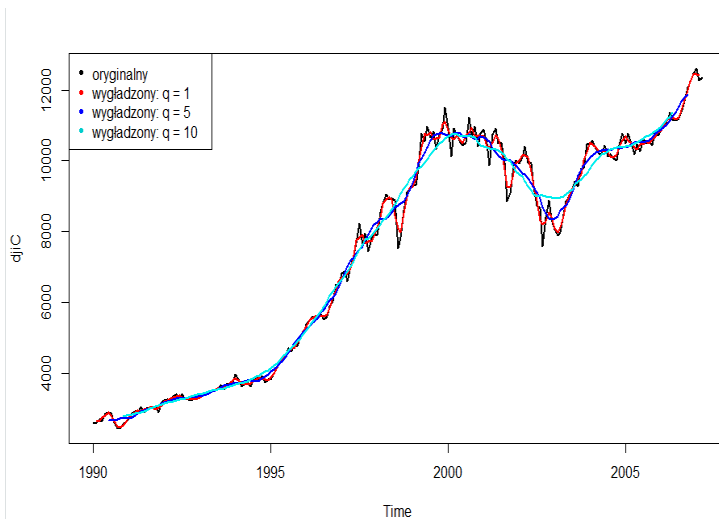
# Funkcja *filter(x, ...)* # stats

Funkcja wygładza szereg czasowy wykorzystując metodę średniej ruchomej, umożliwiając również wprowadzenia wag; jeżeli to prosta średnia, to wagi są takie same, jeżeli średnia ważona, to wagi są zróżnicowane. Istnieje możliwość wyboru, czy ma to być średnia scentrowana czy prosta.

- x                    Wektor numeryczny lub szereg czasowy klasy *ts*.
- filter                Wektor wag, współczynniki filtra.
- sides                Sposób dobierania danych do wyznaczenia średniej: 1 - tylko wcześniejsze obserwacje, 2 - wcześniejsze i przyszłe obserwacje (symetrycznie względem opóźnienia 0).

```
legend("topleft", pch=20, legend = c("oryginalny", "wygładzony: q = 1", "wygładzony: q = 5",  
"wygładzony: q = 10"), col = c("black", "red", "blue", "cyan3"))
```

```
legend("topleft", lty=c(1,1,1,1), legend = c("oryginalny", "wygładzony: q = 1", "wygładzony: q = 5",  
"wygładzony: q = 10"), col = c("black", "red", "blue", "cyan3"))
```



# Program z funkcją *filter*

```
dev.off() # reset parametrów funkcji par

# dane dji znajdują się w pakiecie expsmooth
# install.packages("expsmooth"); library(expsmooth)

head(dji) # informacja, jakie pojedyncze szeregi ma dji
djiC <- dji[, "Close"]

# średnia ruchoma dla rzędów: 1, 5, 10
djiC_03 <- filter(djiC, sides=2, filter=rep(1/3, 3)) # takie same równe: 1/3
djiC_11 <- filter(djiC, sides=2, filter=rep(1/11, 11)) # takie same wagi równe: 1/(2*5+1)
djiC_21 <- filter(djiC, sides=2, filter=rep(1/21, 21)) # takie same wagi równe: 1/(2*10+1)

# oszacowania dla trendu; pokazanie pierwszych 12 i ostatnich 12 wartości
head(djiC_03, n=12); tail(djiC_03, n=12)
head(djiC_11, n=12); tail(djiC_11, n=12)
head(djiC_21, n=12); tail(djiC_21, n=12)

# wykresy przebiegu szeregów: oryginalnego i jego wygładzonych wersji
plot(djiC, col="black", lwd=2)
lines(djiC_03, col="red", lwd=2)
lines(djiC_11, col="blue", lwd=2)
lines(djiC_21, col="cyan2", lwd=2)
legend("topleft", pch=20,
      legend = c("oryginalny", "wygładzony: q = 1", "wygładzony: q = 5", "wygładzony: q = 10"),
      col = c("black", "red", "blue", "cyan3"))
```

# Funkcja *ma(x, ...)*

*# forecast*

Funkcja wygładza szereg czasowy wykorzystując metodę średniej ruchomej. Istnieje możliwość wyboru, czy ma to być średnia scentrowana czy prosta.

- x Wektor numeryczny lub szereg czasowy klasy *ts*.
- order Rząd średniej ruchomej, właściwie liczba obserwacji, z których jest liczona średnia.
- centre Flaga logiczna informująca, czy dla parzystej liczby wartości do uśrednienia, średnia ma być scentrowana - wartość TRUE (domyślna), czy jednostronna (prosta) - wartość FALSE. Flaga nie jest uwzględniana w przypadku nieparzystej liczby wartości do uśrednienia. W przypadku metody scentrowanej wartość z dwóch średnich kroczących jest uśredniana, wyśrodkowując średnią kroczącą.

```
# Szereg czasowy 'wineind' jest pobrany z zasobów data().  
# Zawiera dane miesięczne o produkcji wina w Australii od stycznia 1980 r. Ma 176 obserwacji
```

```
wineind # wyświetlanie zawartości szeregu  
smc <- ma(wineind, order=2, centre=TRUE) # srednia centrowana  
smp <- ma(wineind, order=2, centre=FALSE) # srednia prosta (bez centrowania)
```

```
plot(wineind)  
lines(smc, col="red")  
lines(smp, col="blue")
```

```
# por. obliczenia w Excelu
```

```
head(wineind, n=4)  
head(smc, n=4)  
head(smp, n=4)
```

```
# wycinek szeregu i jego wygładzonych wersji
```

```
plot(window(wineind, start=1980, end=1981))  
lines(window(smc, start=1980, end=1981), col="red")  
lines(window(smp, start=1980, end=1981), col="blue")
```

# Średnia ruchoma – filtr Spencera

Wyglądanie średnią ważoną pozwala przypisać różne wagi obserwacjom z różnych okresów. Zazwyczaj dla oszacowania w chwili  $t$  przypisuje się większe wagi obserwacjom bliższym  $t$ . Przykładem ważonej średniej ruchomej scentrowanej jest filtr Spencera, dla którego rząd wag  $q=7$  i wagi określa się jako wektor wartości:

```
spencer <- c(-6, -5, -3, 3, 21, 46, 67, 74, 67, 46, 21, 3, -5, -6, -3) / 320
```

```
spencer <- c(-6, -5, -3, 3, 21, 46, 67, 74, 67, 46, 21, 3, -5, -6, -3) / 320
```

```
kontrola <- sum(spencer)
```

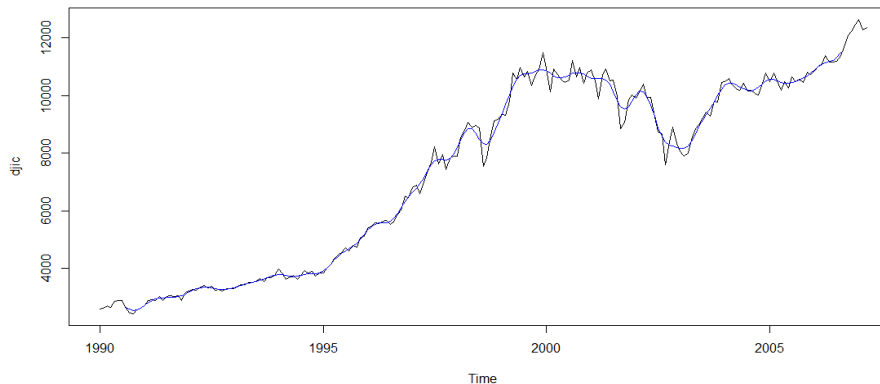
```
library(expsmooth)
```

```
djic <- dji[, "Close"]
```

```
djic_07Spenc <- filter(djic, filter=spencer, sides=2)
```

```
plot(djic,  
main="Szereg czasowy Down Jones Utilities Index, dane miesięczne oryginalny i wygładzony za pomocą filtra Spencera")  
lines(djic_07Spenc, col="blue")
```

Szereg czasowy Down Jones Utilities Index, dane miesięczne; oryginalny i wygładzony za pomocą filtra Spencera



# Funkcja *decompose(x, ...)* # stats

Funkcja rozkłada szereg czasowy na komponenty: sezonowy, trend i nieregularne wahania, używając średniej ruchomej. Może być stosowana do modelu addytywnego lub multiplikatywnego.

Działa dobrze tylko wtedy, gdy x obejmuje całkowitą liczbę pełnych okresów.

x	Szereg czasowy klasy <i>ts</i> .
type	Typ składnika sezonowego (wg helpa). Oznacza wybór postaci modelu. Wartości: "additive", "multiplicative".
filter	Opcjonalny wektor wag dla średniej ruchomej. Wartość domyślna: NULL.

Wynikiem działania funkcji jest obiekt klasy *decomposed.ts* zawierający składowe

x	Oryginalny szereg czasowy (przed dekompozycją).
seasonal	Składnik sezonowy przypisany do kolejnych punktów czasowych szeregu (tj. powtarzające się co okres wartości składowych sezonowych; wskaźników dla danych miesięcznych powtarzające się co 12 punktów, co 4 punkty - dla kwartalnych itp.).
figure	Szacunkowe wartości sezonowe (indeksy sezonowe); wartości składowych sezonowych; 12 wskaźników dla danych miesięcznych, 4 - dla kwartalnych itp.
trend	Składowa trendu (wartości trendu dla poszczególnych punktów czasowych).
random	Wartości reszt; pozostałości szeregu po usunięciu trendu i składnika sezonowego.
type	postać modelu dekompozycji.

- Dekompozycja z wykorzystaniem funkcji *decompose* może być prowadzona tylko w przypadku, gdy w szeregu występują wahania sezonowe lub podejrzewamy, że występują.
- Uzyskanie wiarygodnych wyników dekompozycji wymaga, aby dane miały odpowiednią długość (co najmniej kilka pełnych okresów). Funkcja *decompose* odmówi współpracy, gdy liczba pełnych okresów jest mniejsza niż 2.

# Program z funkcją *decompose* - model addytywny

```
#plot(AirPassengers)
airPassDecomp <- decompose(AirPassengers, type="additive")
airPassDecomp_trnd <- airPassDecomp$trend
airPassDecomp_szn <- airPassDecomp$seasonal
airPassDecomp_fig <- airPassDecomp$figure
airPassDecomp_rszt <- airPassDecomp$random

par(mfrow=c(4,1))
plot(AirPassengers)
plot(airPassDecomp_trnd)
plot(airPassDecomp_szn)
plot(airPassDecomp_rszt)

dev.off()      # poniższa instrukcja daje taki sam efekt jak ww. cztery wykresy
plot(airPassDecomp)

par(mfrow=c(3,1))
barplot(airPassDecomp_fig, main="wskaźniki/indeksy sezonowe")
library(forecast)
Acf(airPassDecomp_rszt, lag.max=48,
    main="wykres funkcji autokorelacji reszt AirPassengers")

Pacf(airPassDecomp_rszt, lag.max=48,
     main="wykres funkcji autokorelacji cząstkowej reszt|AirPassengers")
```



# Program z funkcją *decompose* - model multiplikatywny

```
#plot(AirPassengers)
airPassDecomp <- decompose(AirPassengers, type="multiplicative")
airPassDecomp_trnd <- airPassDecomp$trend
airPassDecomp_szn <- airPassDecomp$seasonal
airPassDecomp_fig <- airPassDecomp$figure
airPassDecomp_rszt <- airPassDecomp$random

#dev.off()
plot(airPassDecomp)

par(mfrow=c(3,1))
barplot(airPassDecomp_fig, main="wskaźniki/indeksy sezonowe")
Acf(airPassDecomp_rszt, lag.max=48,
    main="wykres funkcji autokorelacji reszt AirPassengers")

Pacf(airPassDecomp_rszt, lag.max=48,
    main="wykres funkcji autokorelacji cząstkowej reszt|AirPassengers")

# INTERPRETACJA wartości
View(as.data.frame(airPassDecomp_fig))
```

# Funkcja *tslm(formula, ...)* # *forecast*

F Funkcja służy do dopasowania modelu liniowego do szeregu czasowego, w tym składnika trendu i sezonowości. Estymuje model addytywny.

**formula**      Obiekt klasy *formula*, symboliczny opis modelu, który ma być dopasowany postaci  $x \sim model$ , gdzie  $x$  jest szeregiem czasowym, a *model* jest specyfikacją modelu.

Przykładowe postaci:

- tylko dla trendu:  $x \sim trend$
- dla trendu i wahań sezonowych:  $x \sim trend + season$

Sposób definiowania specyfikacji modelu:

<https://search.r-project.org/R/refmans/stats/html/formula.html>

**data**           Opcjonalna ramka danych lub lista zawierająca zmienne występujące w modelu.

**lambda**        Opcjonalny parametr transformacji Boxa-Coxa.

**model**         Flaga. Jeśli TRUE, zwracane są odpowiednie komponenty dopasowania (np. ramka modelu, macierz modelu, odpowiedzi – wartości prognozowane).

## Funkcja *summary(object, ...)*

Ogólna funkcja tworząca podsumowania (statystyki podsumowujące) wyników różnych funkcji dopasowania modelu. Wykaz wyników zależy od klasy pierwszego argumentu.

Wynikiem funkcji *summary* jest obiekt klasy *summary*. Sama funkcja nic nie wyświetla, ale jeżeli wynik tej funkcji nie zostanie nigdzie przypisany, to automatycznie wywoływana jest funkcja *print.summary()* (przeciążony odpowiednik funkcji *print()*) odpowiedzialna za wyświetlenie podsumowania.

# Program z funkcją *tslm*

```
# Dane o śmiertelnych ofiarach wśród kierujących pojazdami w Wielkiej Brytanii  
# zbiór UKDriverDeaths z zasobu danych data.  
# Dekompozycja z trendem liniowym i wahaniami sezonowymi
```

```
plot(UKDriverDeaths)
```

```
UKDD_LTS <- tslm(UKDriverDeaths ~ trend + season, model=TRUE)
```

```
summary(UKDD_LTS)
```

```
plot(UKDriverDeaths, col="black")
```

```
lines(fitted(UKDD_LTS), col="blue", lty=2)
```

```
# dane o oszacowanym modelu: UKDD_LTS$model; UKDD_LTS$model$trend
```

```
# wyznaczenie punktów linii trendu
```

```
pom <- (-2.5116) * UKDD_LTS$model$trend + 1926.4941
```

```
UKDD_LnTrd <- ts(pom, start=c(1969,1), frequency=12)
```

```
# Najpierw rysowany szereg (ma większy zakres wartości), potem trend liniowy
```

```
plot(UKDriverDeaths)
```

```
lines(UKDD_LnTrd)
```

```
# wykresy dla reszt: przebieg, autokorelacja i autokorelacja częściowa.
```

```
tsdisplay(residuals(UKDD_LTS))
```

```
# wykres histogramu dla reszt
```

```
hist(residuals(UKDD_LTS))
```