

SZEREGI CZASOWE

Wykresy szeregów czasowych
Stacjonarność

Autokorelacja i autokorelacja cząstkowa

Marzena Nowakowska

Wydział Zarządzania i Modelowania Komputerowego
Politechnika Świętokrzyska

Budynek C, p. 3.21

spimn@tu.kielce.pl

Dane wykorzystywane na wykładach

- Wbudowane, dostępne z `data()`: *EuStockMarkets*, *AirPassengers*, *mdeath*, *fdeath* (dwa ostatnie z zasobu *UKLungDeaths*),
- Biblioteka danych **TSDL** (**tsdl**) utworzona przez profesora z Australii (<https://pkg.yangzhuoranyang.com/tsdl/>). Aby wykorzystać jej zasoby należy wykonać instalację tej biblioteki, jak opisano na ww. stronie internetowej:

```
devtools::install_github("FinYang/tsdl")
```

```
library(tsdl)
```

```
tsdl
```

- Udostępnienie zasobów w R:

```
install.packages("xlsx")           # zainstalować pakiet
```

```
library(xlsx)                       # załadować go
```

Podstawowa grafika i parametry graficzne w R

Przykładowe strony internetowe

- <https://www.statmethods.net/advgraphs/parameters.html>.
- <https://r-coder.com/plot-r>

Można wykorzystać funkcję **par(...)**, aby ustawiać parametry wykresów.

Wykaz parametrów funkcji w ustawieniach bieżących jest dostępny po wydaniu w konsoli polecenia: *par()*. Informacje o parametrach wykresów można odnaleźć w sekcji „Graphical parameters”.

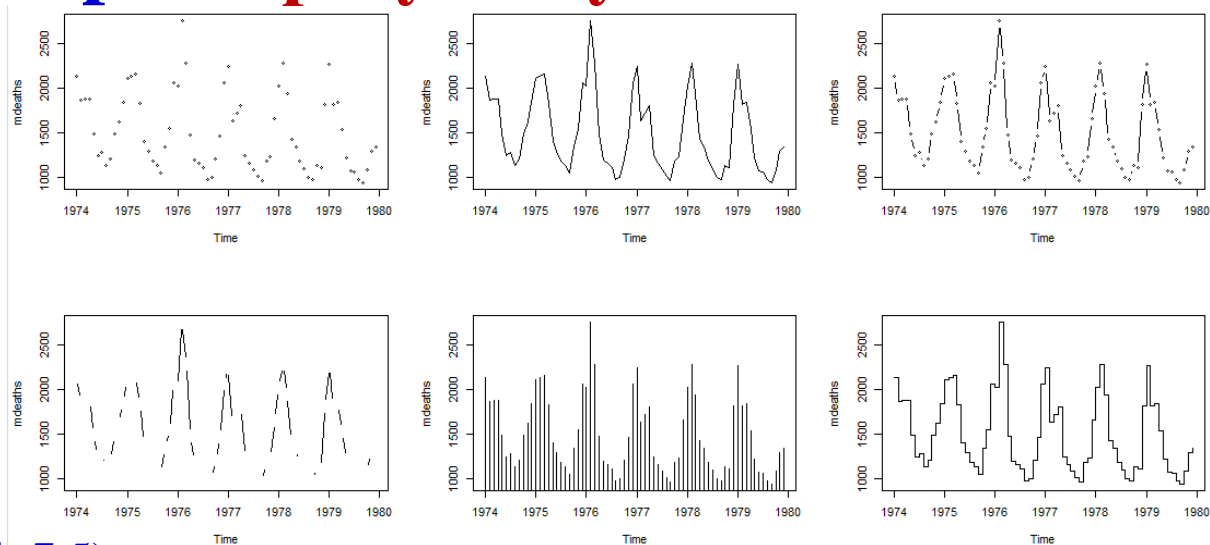
Funkcja `plot(x, y, ...)`

Funkcja przedstawia przebieg szeregu czasowego, tzn. wartości szeregu dla kolejnych punktów czasowych.

- `x` Współrzędne punktów `x` na wykresie. Alternatywnie może to być pojedyncza struktura kreślenia, funkcja lub dowolny obiekt R obsługiwany metodą `plot`.
- `y` Współrzędne `y` punktów na wykresie, opcjonalne, jeśli `x` jest odpowiednią strukturą.
- `xlim` Wektor dwuelementowy określający początek i koniec osi `x`.
- `ylim` Wektor dwuelementowy określający początek i koniec osi `y`.
- `type` Typ wykresu; np. wartości: "p" (punktowy), "l" (liniowy, domyślny), "b" (punktowo-liniowy), "h" (histogramowy, kreskowy), "s" (schodkowy) "S" (schodkowy, odwrócony).
- `pch` Typ punktów: 1 (okręgi (domyślny), 2 - puste trójkąty, itd. do 25, , "\$" znak dolara i każdy inny znak (16 - kółko małe).
- `lty` Rodzaj linii: 0 ("blank"), 1 ("solid"), 2 ("dashed"), 3 ("dotted"), 4 ("dotdash"), 5 ("longdash"), 6 (\Leftrightarrow "twodash"),
- `lwd` Grubość linii: 0 (domyślna), 2, 3
- `main` Tytuł główny wykresu.
- `sub` Podtytuł.
- `xlab` Opis osi `x`.
- `ylab` Opis osi `y`.
- `col` Kolor wykresu dla pojedynczych danych (linii, punktów itp.). Wywołanie `colors()` wyświetli wszystkie kolory dostępne w R.
- `asp` współczynnik kształtu `y/x`.

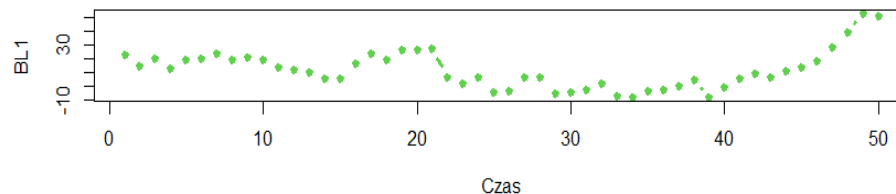
plot - przykłady

```
data(mdeath)
par(mfrow = c(2,3))
plot(mdeaths, type="p")
plot(mdeaths, type="l")
plot(mdeaths, type="b")
plot(mdeaths, type="c")
plot(mdeaths, type="h")
plot(mdeaths, type="s")
```

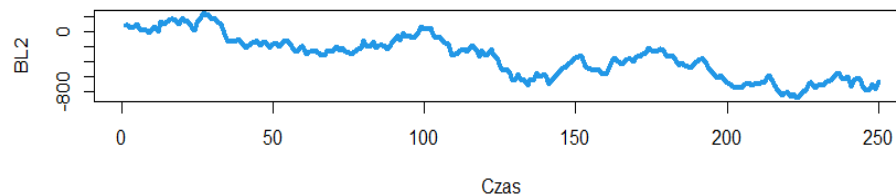


```
d1 <- rnorm(50, mean =0, sd=7.5)
d2 <- rnorm(250, mean =0, sd=50)
sc1 <- as.ts(d1); sc2 <- as.ts(d2)
BL1 <- as.ts(cumsum(sc1))
BL2 <- as.ts(cumsum(sc2))
par(mfrow=c(2,1), pch=20)
plot(BL1, main="Błądzenie losowe",
n =50, col=3,type = "b", lwd=3,
xlab="Czas")
plot(BL2, main="Błądzenie losowe",
n =250, col = 12,type = "l", lwd=4,
xlab="Czas")
```

Błądzenie losowe



Błądzenie losowe



Funkcja `lines(x, y, col, type, col, pch, lty, lwd, ...)`

Funkcja służy do dodawania linii różnych typów, kolorów i grubości do istniejącego wykresu.

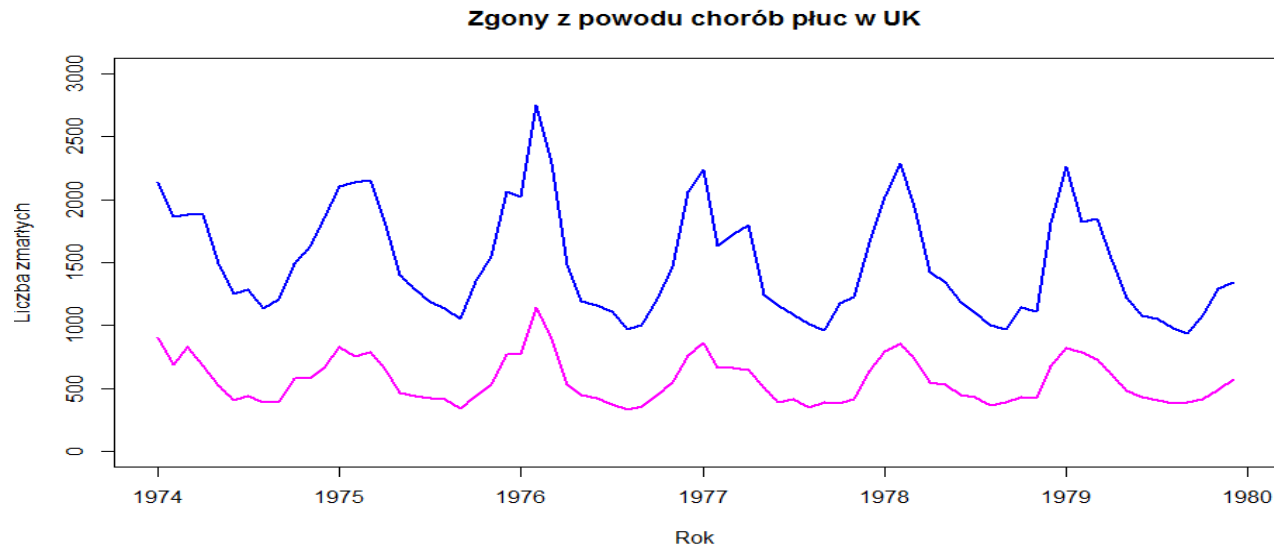
- `x` Współrzędne x punktów na wykresie. Alternatywnie może to być pojedyncza struktura kreślenia, funkcja lub dowolny obiekt R obsługiwany metodą `plot`.
- `y` Współrzędne y punktów na wykresie, opcjonalne, jeśli x jest odpowiednią strukturą.
- `type` Typ wykresu; jedna z wartości: "p" (punktowy), "l" (liniowy, domyślny), "b" (oba poprzednio wymienione; punktowo-liniowy), "c" (tylko dla linii stanowiących część "b"), "h" (histogramowy, kreskowy), "s" (schodkowy) "S" (schodkowy, odwrócony).
- `col` Kolor wykresu dla pojedynczych danych.
- `pch` Typ punktów: 1 (okręgi (domyślny), 2 - puste trójkąty, itd. do 25, , "\$" znak dolara i analogicznie każdy inny znak.
- `lty` Rodzaj linii: 0 (\Leftrightarrow "blank"), 1 (\Leftrightarrow "solid"), 2 (\Leftrightarrow "dashed"), 3 (\Leftrightarrow "dotted"), 4 (\Leftrightarrow "dotdash"), 5 (\Leftrightarrow "longdash"), 6 (\Leftrightarrow "twodash"),
- `lwd` Grubość linii: 0 (domyślna), 2, 3

lines - przykład

Utworzenie wykresy szeregu czasowego (plot) i dodanie do niego drugiego wykresu szeregu czasowego (lines).

```
plot(mdeaths, ylim=c(0, 3000), type="l", lty=1, lwd=2, col="blue", xlab="Rok",  
ylab="Liczba zmarłych", main="Zgony z powodu chorób płuc w UK")
```

```
lines(fdeaths, type="l", lty=1, lwd=2, col="magenta")
```



Funkcja `seasonplot(x, ...)` biblioteka `forecast`

Wykres sezonowy szeregu czasowego. Przypomina to wykres czasowy, z tą różnicą, że dane są wykreślane w odniesieniu do sezonów (miesiące, kwartałów, pór) roku w oddzielnych latach.

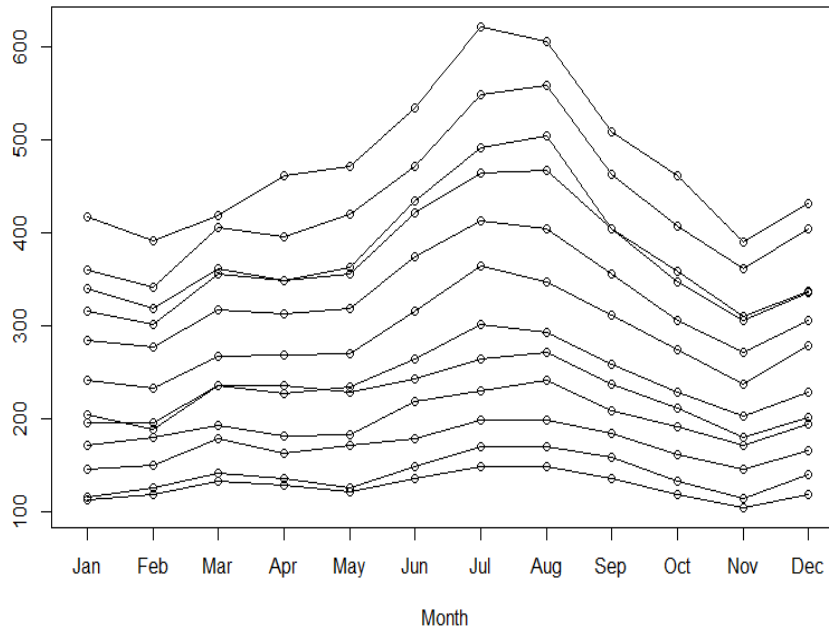
<code>x</code>	Szereg czasowy lub powiązany obiekt.
<code>season.labels</code>	Etykiety dla każdego sezonu.
<code>year.labels</code>	Flaga logiczna, określająca czy etykieta dla każdego roku ma być wyświetlana z prawej strony wykresu.
<code>year.labels.left</code>	Flaga logiczna, określająca czy etykieta dla każdego roku ma być wyświetlana z prawej strony wykresu.
<code>type</code>	Typ wykresu, jak w <code>plot</code> .
<code>col</code>	Kolor wykresu; zestaw kolorów określający kolor dla wykresu każdego sezonu; najczęściej stosowany <code>rainbow(12)</code> .
<code>main</code>	Tytuł wykresu, jak w <code>plot</code> .
<code>xlab</code>	Opis (etykieta) osi <code>x</code> , jak w <code>plot</code> .
<code>ylab</code>	Opis (etykieta) osi <code>y</code> , jak w <code>plot</code> .
<code>choice</code>	Parametr wykorzystywany do wykreślenia składowych szeregu po dekompozycji szeregu.
<code>...</code>	Inne parametry, por. funkcja <code>plot</code>

seasonplot – przykład 1

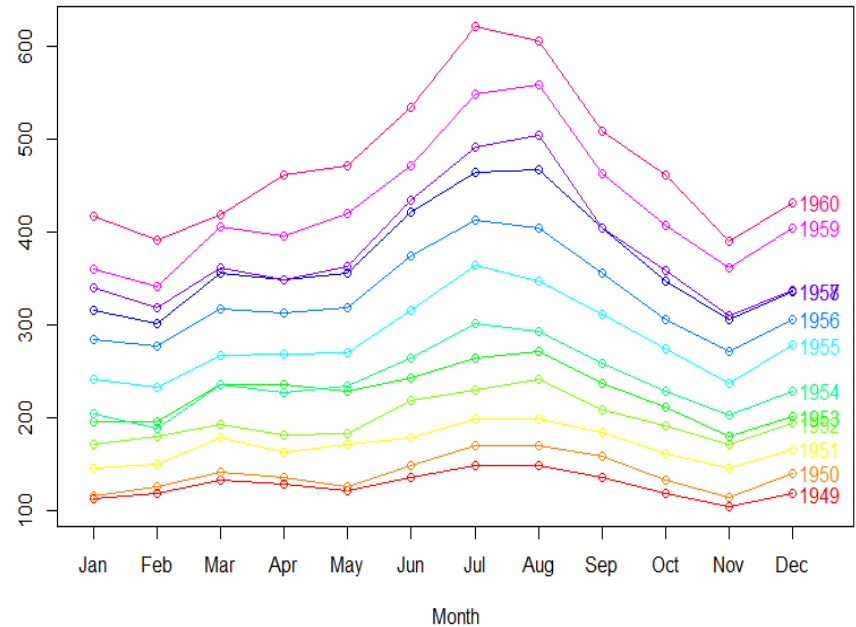
```
seasonplot(AirPassengers)
```

```
seasonplot(AirPassengers, col=rainbow(12), year.labels=TRUE)
```

Seasonal plot: AirPassengers



Seasonal plot: AirPassengers



seasonplot – przykład 2

```
etykiety <- c("I", "II", "III", "IV", "V", "VI", "VII", "VIII", "IX", "X", "XI", "XII")
```

```
AirPassOkno <- window(AirPassengers, start=1951, end=1956)
```

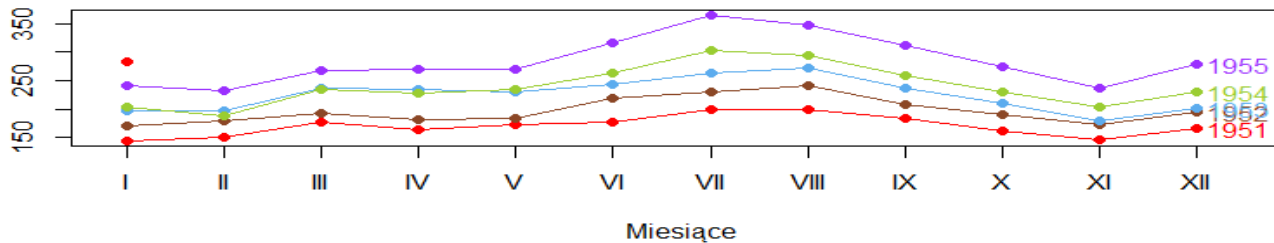
```
kolory1 <- c("red1", "sienna4", "steelblue2", "yellowgreen", "purple1")
```

```
Kolory2 <- c(553, 588, 617, 657, 551); par(mfrow=c(2,1))
```

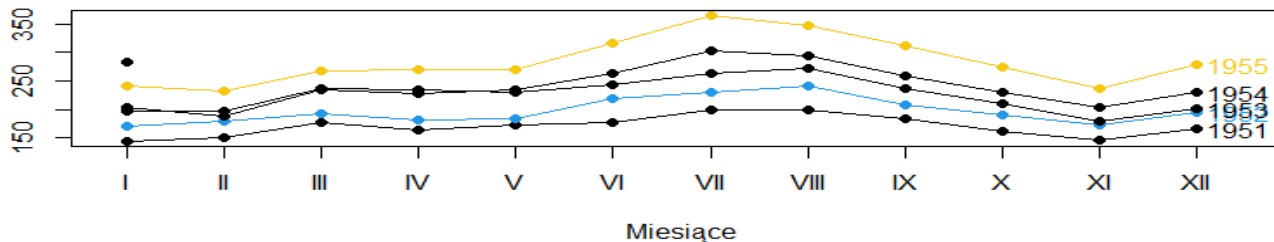
```
seasonplot(AirPassOkno, col=kolory1, year.labels=TRUE, season.labels=etykiety, pch=16,  
  main="Wycinek szeregu, kolory: stale tekstowe", xlab="Miesiące")
```

```
seasonplot(AirPassOkno, col= kolory2, year.labels=TRUE, season.labels=etykiety, pch=16,  
  main="Wycinek szeregu, kolory: stale liczbowe", xlab="Miesiące")
```

Wycinek szeregu, kolory: stale tekstowe



Wycinek szeregu, kolory: stale liczbowe



Dostęp do stałych kolorów poprzez polecenie w oknie konsoli:
`colors()`

Funkcja `monthplot(x, ...)` biblioteka `stats`

Dla każdego okresu (lub innej kategorii sezonu roku) jest kreślony w jednej ramce osobny podszereg czasowy (wyodrębnianie podserii z szeregu czasowego).

Wykorzystywana jest wewnętrznie zapisana częstotliwość oraz czas rozpoczęcia i zakończenia do ustawienia skali i pór roku. Domyślna jest przyjęte, że obserwacje są w grupach po 12 wartości (elementów) (choć można to zmienić).

<code>x</code>	Szereg czasowy lub powiązany obiekt.
<code>labels</code>	Etykiety dla każdego okresu.
<code>type</code>	Typ wykresu, jak w <code>plot</code> .
<code>col, lty, lwd</code>	Parametry wykresu, jak w <code>plot</code>
<code>main</code>	Tytuł wykresu, jak w <code>plot</code> .
<code>ylab</code>	Opis (etykieta) osi y, jak w <code>plot</code> .
<code>choice</code>	Parametr jak w <code>seasonplot</code> .
<code>...</code>	Inne parametry, por. funkcja <code>plot</code>

Funkcja **boxplot(formula, names, ...)**

Tworzenie wykresów pudełkowych, wyznaczonych dla kolejnych okresów (miesiące, kwartałów itd.). Na wykresie są umieszczone: ekstrema, kwartale 1 i 3, mediana, wartości odstające (jeżeli są) w postaci kropek.

formula	formuła, np. postaci $x \sim grp$, gdzie x jest wektorem liczbowym wartości danych, które mają być podzielone na grupy zgodnie ze zmienną grupującą grp
names	Etykiety dla poszczególnych okresów, umieszczane pod kolejnymi pudełkami.
main	Tytuł wykresu, jak w <i>plot</i> .

monthplot, boxplot – przykład dla AirPassengers

```
library(forecast)
```

```
library(stats)
```

```
par(mfrow=c(2,2))
```

```
plot(AirPassengers, sub = "Funkcja plot", xlab = "Rok, punkty czasowe: miesięczne",  
     main = "Liczba pasażerów linii lotniczych w miesiącach poszczególnych lat",  
     col="blue", lwd=2)
```

```
seasonplot(AirPassengers, col=rainbow(12), year.labels=TRUE, lwd=2,  
           main = "Liczba pasażerów linii lotniczych w miesiącach poszczególnych lat",  
           sub = "Funkcja seasonplot", xlab = "Miesiąc")
```

```
monthplot(AirPassengers, lwd=2, sub = "Funkcja monthplot", xlab="Miesiąc")
```

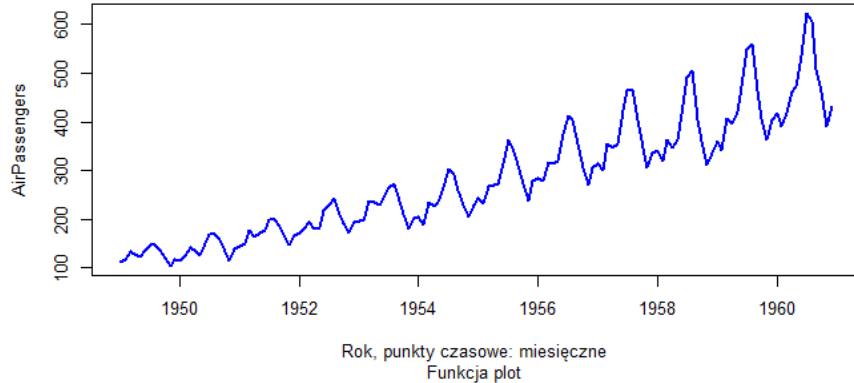
```
boxplot(AirPassengers ~ cycle(AirPassengers), names=month.name, xlab="Miesiąc",  
       notch=TRUE, col="yellow", sub="Funkcja boxplot")
```

Stałe wbudowane do R:

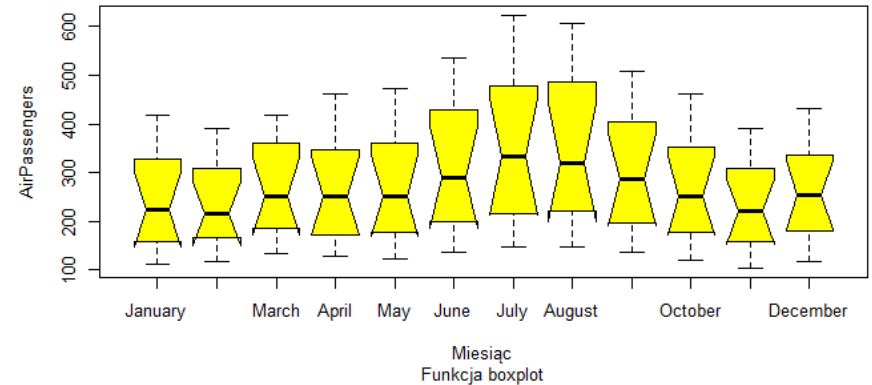
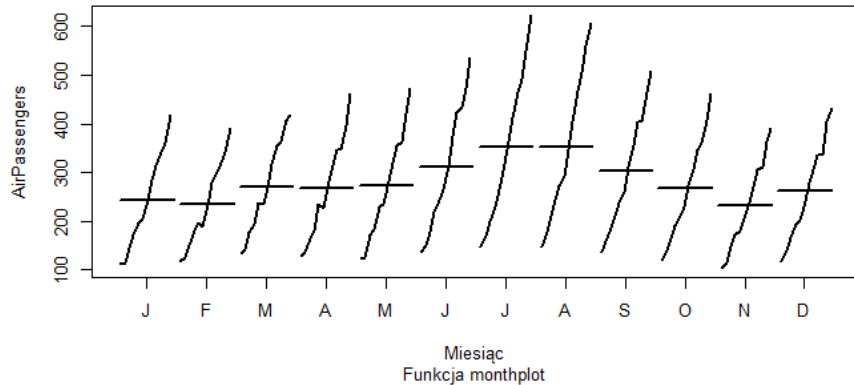
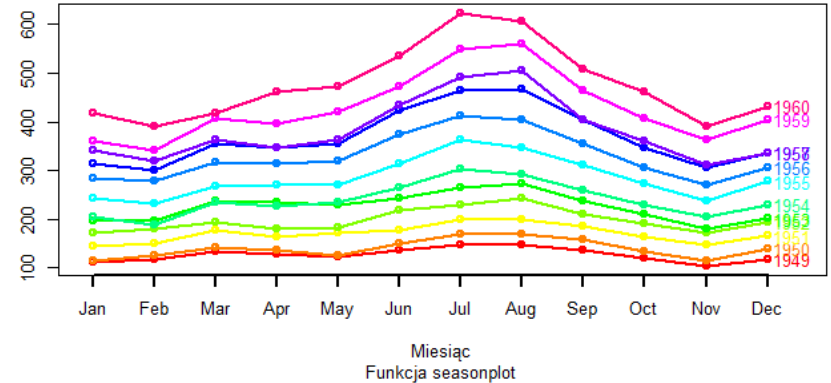
LETTERS (26 dużych liter alfabetu łacińskiego), *letters*, *month.abb* (trzyliterowe skróty nazw angielskich nazw miesięcy), *month.name* (angielskie nazwy miesięcy), *pi* (stała matematyczna).

monthplot, boxplot – cd. przykładu dla AirPassengers

Liczba pasażerów linii lotniczych w miesiącach poszczególnych lat



Liczba pasażerów linii lotniczych w miesiącach poszczególnych lat



monthplot, boxplot – przykład dla woolyrnq_ts

```
# Pobranie danych australijskich z Excela
install.packages("xlsx")
library(xlsx)
woolyrnq_ts1 = read.xlsx(file='c:/R/SzeregiCzasowe/Dane/woolyrnq_ts.xlsx', sheetIndex=1)
woolyrnq_ts = ts(woolyrnq_ts1$x, start = c(1965, 1), frequency = 4)
par(mfrow=c(2,2))
plot(woolyrnq_ts,
     main = "Produkcja przędzy wełnianej \n Zmiany wartości w kwartałach poszczególnych lat",
     col=3, type = "l", lwd=3, xlab="Punkty czasowe - rok")

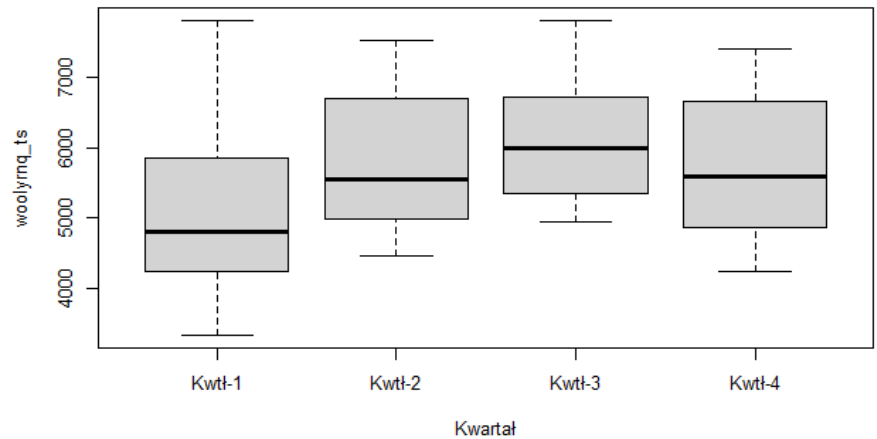
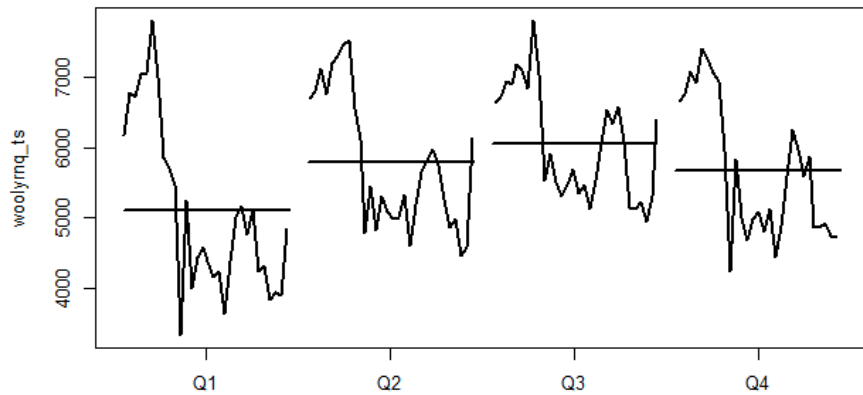
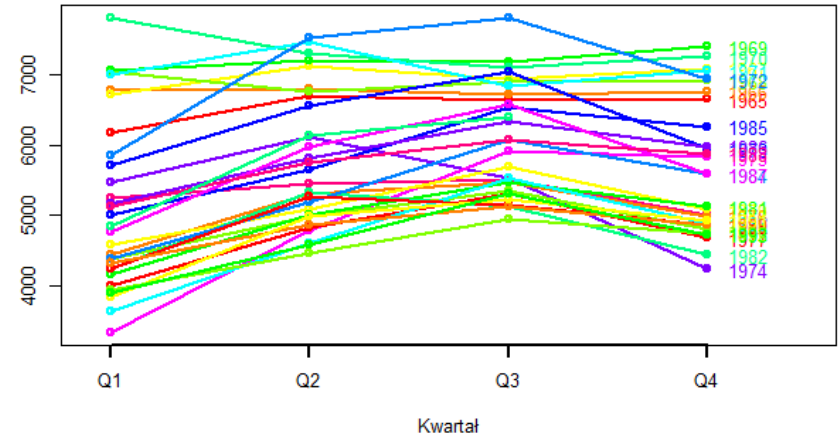
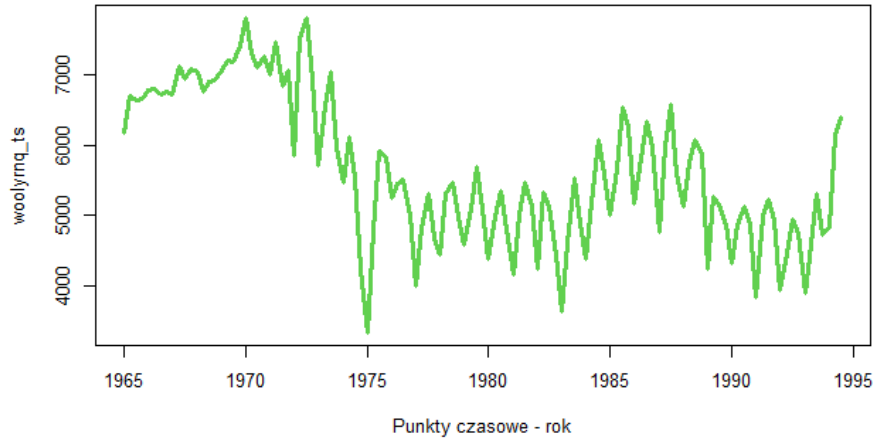
seasonplot(woolyrnq_ts, col=rainbow(12), year.labels=TRUE, lwd=2,
           main = "", xlab = "Kwartał")
monthplot(woolyrnq_ts, lwd=2, main = "")
boxplot(woolyrnq_ts ~ cycle(woolyrnq_ts), names=c("Kwtł-1", "Kwtł-2", "Kwtł-3", "Kwtł-4"),
        xlab="Kwartał")
```

Zadania dla studentów

- # Możliwości definiowania opisów znaczników osi poziomej
- # Poszukać, jak ustawić kolory w wykresie monthplot
- # Jak zorganizować opis zbioru wykresów jednym tytułem

monthplot, boxplot – cd. przykładu dla woolyrnq_ts

Produkcja przędzy wełnianej
Zmiany wartości w kwartałach poszczególnych lat



Funkcja `xyplot(x, ...)` biblioteka `lattice`

Tworzy wykres rozrzutu, aby zilustrować związek między dwiema zmiennymi numerycznymi. Może być z powodzeniem wykorzystana do tworzenia wykresów szeregów czasowych, w różnych konfiguracjach.

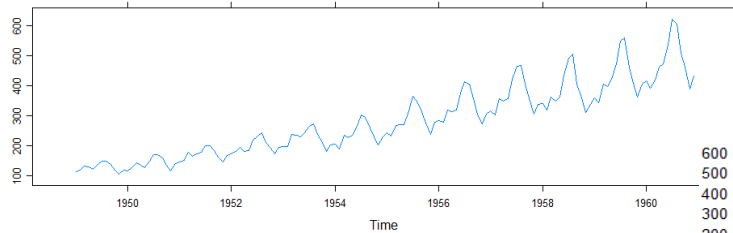
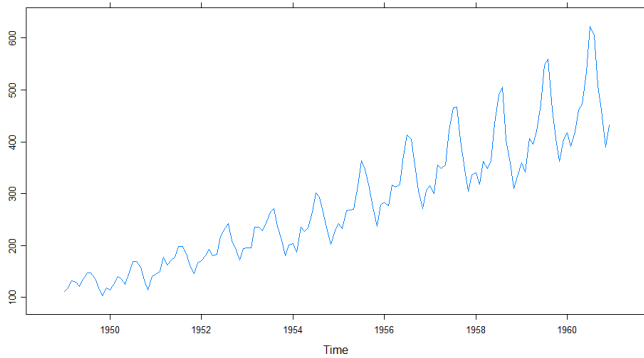
<code>x</code>	Szereg czasowy lub powiązany obiekt. Może mieć postać tabeli (wiele kolumn, np. <i>mts</i>)
<code>screens</code>	Parametr określający, w którym panelu każda seria ma być wykreślona. np. <code>screens = c(1, 2, 1)</code> wykreśli serie 1, 2 i 3 w panelach 1, 2 i 1.
<code>superpose</code>	Flaga logiczna; jeżeli równa <code>TRUE</code> , to wszystkie wykresy są robione w jednym panelu i mają rozróżnienie kolorami
<code>scales</code>	Lista określająca skale osi x oraz y, np. <code>scales = c(</code>
<code>type</code>	Typ wykresu, jak w <i>plot</i> .
<code>col</code>	Kolor wykresu; zestaw kolorów określający kolor dla wykresu każdego sezonu; najczęściej stosowany <i>rainbow(12)</i> .
<code>main</code>	Tytuł wykresu, jak w <i>plot</i> .
<code>xlab</code>	Opis (etykieta) osi x, jak w <i>plot</i> .
<code>ylab</code>	Opis (etykieta) osi y, jak w <i>plot</i> .
<code>...</code>	Inne parametry, por. dokumentacja

xyplot – przykłady

```
library(lattice)
```

```
xyplot(AirPassengers)
```

```
xyplot(AirPassengers, aspect=1/4)
```



```
library(lattice)
```

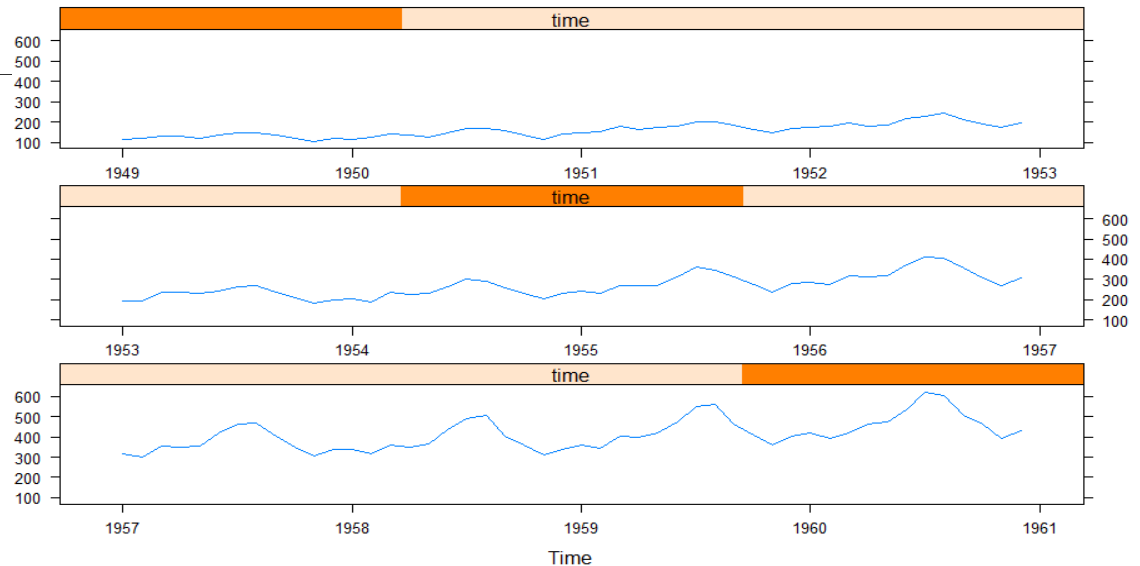
```
xyplot(AirPassengers)
```

```
xyplot(AirPassengers, strip=TRUE,  
       cut=list(number=3, overlap=0.5))
```

```
xyplot(AirPassengers, strip=TRUE,  
       cut=list(number=4, overlap=0.25))
```

```
xyplot(AirPassengers, strip=TRUE,  
       cut=list(number=3, overlap=0))
```

```
# poniżej wynik ostatniego wywołania
```



Parametry szeregu czasowego

Funkcja **wartości oczekiwanej** $E(X_t)$ szeregu czasowego $\{X_t, t \in T\}$.

Oznacza się ją również jako: $E(X_t) = \mu_t$.

Funkcja **wariancji** szeregu czasowego $\{X_t, t \in T\}$: $Var(X_t) = \sigma_t^2$.

Funkcja **autokowariancji** szeregu czasowego $\{X_t, t \in T\}$, przy założeniu, że $s = t + k$, k – opóźnienie szeregu

$$\gamma_X(k) = \text{cov}(X_t, X_{t+k}) = E[(X_t - E(X_t))(X_{t+k} - E(X_{t+k}))] = \\ E[(X_t - \mu_t)(X_{t+k} - \mu_{t+k})]$$

gdzie $E(X_t)$ jest funkcją wartości oczekiwanej zmiennej X_t : $E(X_t) = \mu_t$

Jeżeli proces X_t posiada wartość oczekiwaną μ_t oraz wariancję σ_t^2 to jego **funkcję autokorelacji (ACF)** (z opóźnieniem k) definiuje się zgodnie z zależnością:

$$\rho_X(k) = \text{corr}(X_t, X_{t+k}) = \frac{\gamma_X(k)}{\sqrt{\sigma_t^2 \sigma_{t+k}^2}} = \frac{\text{cov}(X_t, X_{t+k})}{\sqrt{\sigma_t^2 \sigma_{t+k}^2}}$$

Problem wyznaczenia parametrów szeregu czasowego

Ponieważ nie są znane prawdziwe wartości (i przebiegi) funkcji charakteryzujących szereg czasowy prowadzi się ich estymację, czyli obliczenia wartości na podstawie zgromadzonych danych. Jednak w tej estymacji są trudności:

- nie można wykonać estymacji funkcji μ_t , σ_t^2 , $\gamma_X(k)$, $\rho_X(k)$, ponieważ do dyspozycji jest jedna realizacja szeregu czasowego i to niepełna (w pewnym przedziale czasu),
- należałoby oddzielnie szacować parametry dla każdej zmiennej X_t , czyli dla każdego t . Np. dla $t = 1, 2, \dots, n$ należałoby oszacować wartości $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ itd.,
- zazwyczaj brak niezależności między X_t i brak znanej zależności.

Estymatory parametrów szeregu czasowego

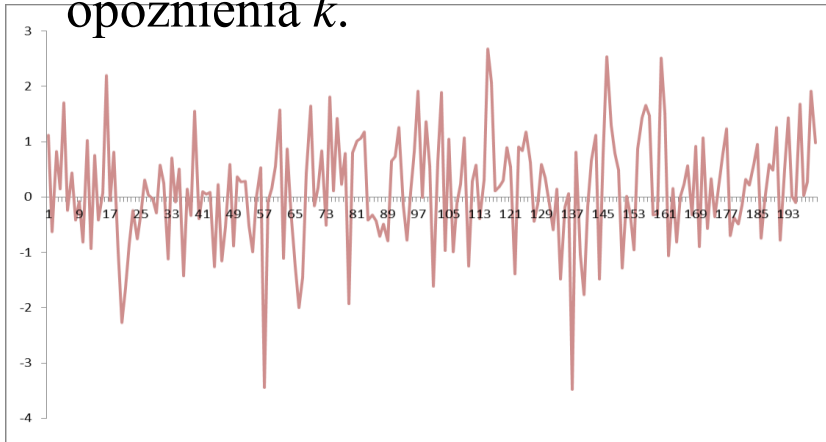
Definicja parametru	Estymator	Nazwa estymatora parametru
$\mu_t = E(X_t)$	$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_t$	Średnia arytmetyczna z zaobserwowanych wartości szeregu stacjonarnego
$\sigma_t^2 = Var(X_t)$	$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2$	Wariancja empiryczna z zaobserwowanych wartości stacjonarnego szeregu
$\gamma_X(k) = \text{cov}(X_t, X_{t+k})$	$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})$	Autokowariancja empiryczna z zaobserwowanych wartości stacjonarnego szeregu
$\rho_X(k) = \text{corr}(X_t, X_{t+k})$	$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\sigma}^2}$	Autokorelacja empiryczna z zaobserwowanych wartości stacjonarnego szeregu

Średnia, wariancja, autokowariancja i autokorelacja szeregu czasowego jest szacowana na podstawie zaobserwowanych wartości tego szeregu za pomocą autokowariancji empirycznej i autokorelacji empirycznej (inna nazwa: próbkowa funkcja autokowariancji lub próbkowa funkcja autokorelacji). Zależność jest prawidłowa pod warunkiem, że funkcje są szacowane dla szeregu stacjonarnego.

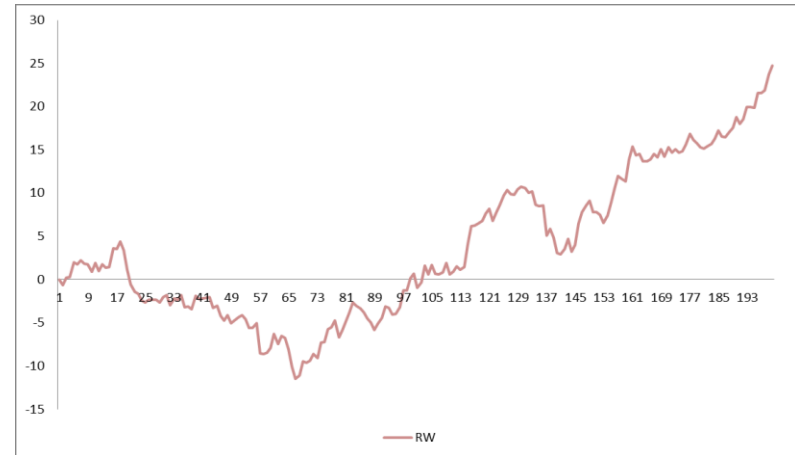
Słaba stacjonarność procesu stochastycznego

Proces stochastyczny $\{X_t, t \in T\}$ jest **stacjonarny** (w **słabym** sensie) jeżeli są spełnione warunki:

- $E(X_t) = \text{const} = \mu$ (wartość oczekiwana jest stała niezależnie od t)
- $\sigma_t^2 = \text{const} = \sigma^2 < \infty$ (wariancja jest skończona i stała niezależnie od t)
- $\gamma_X(k) = \text{cov}(X_t, X_{t+k}) = \lambda_k$ (kowariancja zależy tylko od odległości w czasie a nie od momentu pomiaru t); to oznacza, że autokorelacja zależy tylko od opóźnienia k .



Szereg czasowy stacjonarny (realizacja)



Szereg czasowy niestacjonarny (realizacja)

Jeżeli szereg słabo stacjonarny spełnia dodatkowo warunek, że $\lambda_k = 0$, to jest białym szumem.

Błądzenie losowe ma stałą wartość oczekiwaną, ale jego wariancja rośnie z czasem, nie jest więc stała, co oznacza, że szereg jest procesem niestacjonarnym.

Silna stacjonarność procesu stochastycznego

Proces stochastyczny $\{X_t, t \in T\}$ jest **stacjonarny** (w **ściśłym** sensie) jeżeli zmienne losowe łączny rozkład zmiennych losowych $\{X_t, X_{t+1}, \dots, X_T\}$ jest taki sam jak łączny rozkład zmiennych losowych $\{X_{t+k}, X_{t+1+k}, \dots, X_{T+k}\}$ dla dowolnego t, k i T .

To oznacza, że łączny rozkład zmiennych losowych $\{X_t, X_{t+1}, \dots, X_T\}$ jest stały (nie zmienia się w czasie). Stacjonarność w ścisłym sensie jest alternatywną i mocniejszą własnością niż słaba stacjonarność, chociaż jest od niej mniej ogólnym pojęciem.

Silnej stacjonarności nie da się weryfikować na podstawie obserwowanych danych. Można empirycznie (czyli na podstawie danych) zweryfikować słabą stacjonarność.

Szeregi stacjonarne to szeregi, w których nie występują trendy, efekty cykliczne lub sezonowe.

Autokorelacja częściowa (cząstkowa)

Częściowa autokorelacja $\alpha(k)$ dla przesunięcia k jest zdefiniowana jako korelacja pomiędzy X_t a X_{t+k} przy kontroli wpływu zmiennych $X_{t+1}, \dots, X_{t+k-1}$. Wpływ wymienionych zmiennych określa się poprzez ich liniową kombinację. Kontrola tego wpływu polega na tym, że w korelacji między X_t a X_{t+k} nie uwzględnia się opóźnień od rzędu 1 do $k-1$ włącznie (wpływ tych opóźnień odrzuca się):

$$\alpha(1) = \text{corr}(X_t, X_{t+1})$$

$$\alpha(k) = \text{corr}(X_t - \hat{X}_t, X_{t+k} - \hat{X}_{t+k}) \text{ dla } k \geq 2$$

gdzie \hat{X}_t i \hat{X}_{t+k} są liniową kombinacją zmiennych $X_{t+1}, \dots, X_{t+k-1}$ która minimalizuje błąd średniokwadratowy w odniesieniu do zmiennych: X_t a X_{t+k} , np.

$$\hat{X}_t = \beta_1 X_{t+1} + \dots + \beta_{k-1} X_{t+k-1}$$

W analizie szeregów czasowych funkcja częściowej autokorelacji (**PACF**) daje korelację szeregu czasowego z jego własnymi opóźnionymi wartościami, poddanymi regresji wartości szeregów czasowych przy wszystkich krótszych opóźnieniach.

Kontrastuje to z funkcją autokorelacji, która nie kontroluje takich opóźnień.

Autokorelogram – wykres funkcji autokorelacji

Autokorelogram pozwala na identyfikację podstawowych własności szeregu, wykorzystując stosowane w praktyce reguły interpretacji funkcji autokorelacji ACF:

- dodatnie i powoli znikające wraz ze wzrostem k wartości funkcji sugerują, że dane zawierają deterministyczną składową trendu,
- wartości znikające bardzo powoli i cyklicznie wskazują na obecność trendu sezonowego (sezonowość); "periodyczność" funkcji autokorelacji często odpowiada sezonowości w danych wejściowych,
- szybkość zanikania wartości funkcji pozwala na zidentyfikowanie ważnych klas modeli dla szeregów czasowych, w szczególności odróżnienia modeli stacjonarnych i niestacjonarnych,
- jeżeli wartości funkcji zaczynają się od wartości bliskich zero, to można oczekiwać szeregu stacjonarnego,

Na tym samym wykresie można narysować górną i dolną granicę autokorelacji z przyjętym poziomem istotności (zazwyczaj $\alpha = 0,05$) - "obszar krytyczny".

Autokorelacja jest nieznacząca, jeżeli wartość funkcji leży w obrębie przedziału.

- Ten test jest testem przybliżonym i zakłada, że proces jest Gaussowski.
- Można też regułę stosować, gdy próba jest wystarczająco duża i proces ma skończoną wariancję.

Wykres funkcji autokorelacji częściowej

W odróżnieniu od autokorelacji, autokorelacja częściowa ujawnia, które z korelacji dla danego opóźnienia są tymi "prawdziwymi", eliminując redundancję.

Najważniejsze reguły interpretacji PACF to m.in.:

- duża (bliska 1) wartość dla opóźnienia równego 1 ($lag = 1$) może świadczyć o obecności silnego trendu wzrostowego w danych,
- funkcja jest wykorzystywana w identyfikacji modeli autoregresyjnych AR(p) (będzie później)

Podobnie, jak w przypadku ACF, o znaczącej wartości PACF można mówić, jeżeli jej wartość znajdzie się poza zakresem obszaru "krytycznego".

Funkcja `lag.plot(x, lags, ...)` biblioteka `stats`

Tworzy wykres rozrzutu szeregu czasowego z samym sobą zgodnie ze wskazanym opóźnieniem. Pomaga w wizualizacji „autozależności” nawet wtedy, gdy znikają autokorelacje.

<code>x</code>	Szereg czasowy typu <code>ts</code> lub <code>mts</code>
<code>lags</code>	Liczba wykresów zdefiniowanych przez opóźnienie. Wartość domyślna: 1
<code>set.lags</code>	Wektor specyfikujący wartości opóźnień dla poszczególnych wykresów. Wartość domyślna: <code>1:lags</code>
<code>asp</code>	Ustawienie współczynnika proporcji. Wartość domyślna: 1.
<code>...</code>	Inne parametry, por. dokumentacja

1. Wykres rozrzutu dla białego szumu

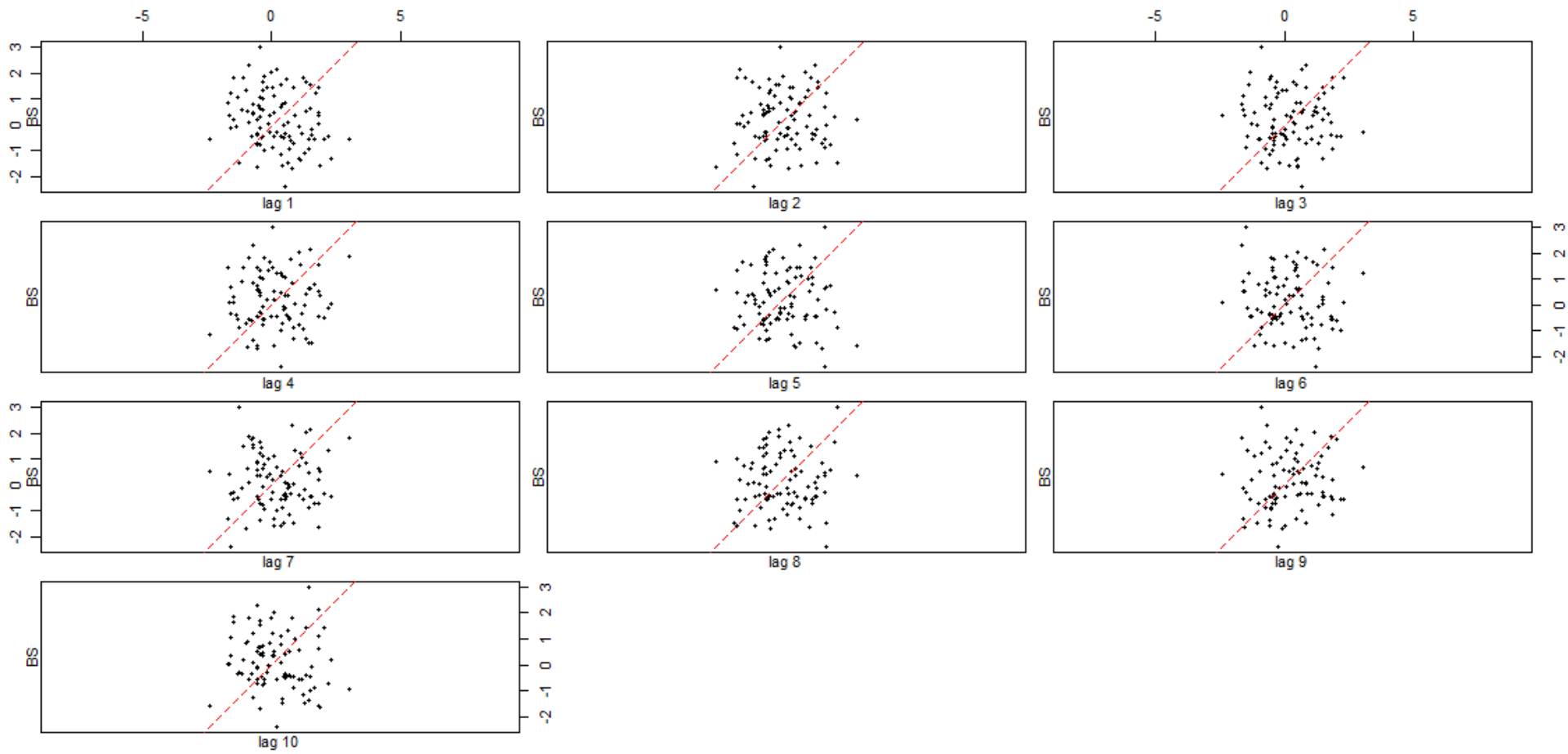
```
BS <- as.ts(rnorm(100))
lag.plot(BS, lags=10, pch=16, do.lines=FALSE,
         main="Wykresy rozrzutu białego szumu dla opóźnień: 1-10",
         diag.col="red", asp=1)
```

2. Wykres rozrzutu dla AirPassengers

```
lag.plot(AirPassengers, lags=13, pch=16, do.lines=FALSE,
         main="Wykresy rozrzutu szeregu AirPassengers dla opóźnień: 1-12",
         diag.col="red", asp=1/2)
```

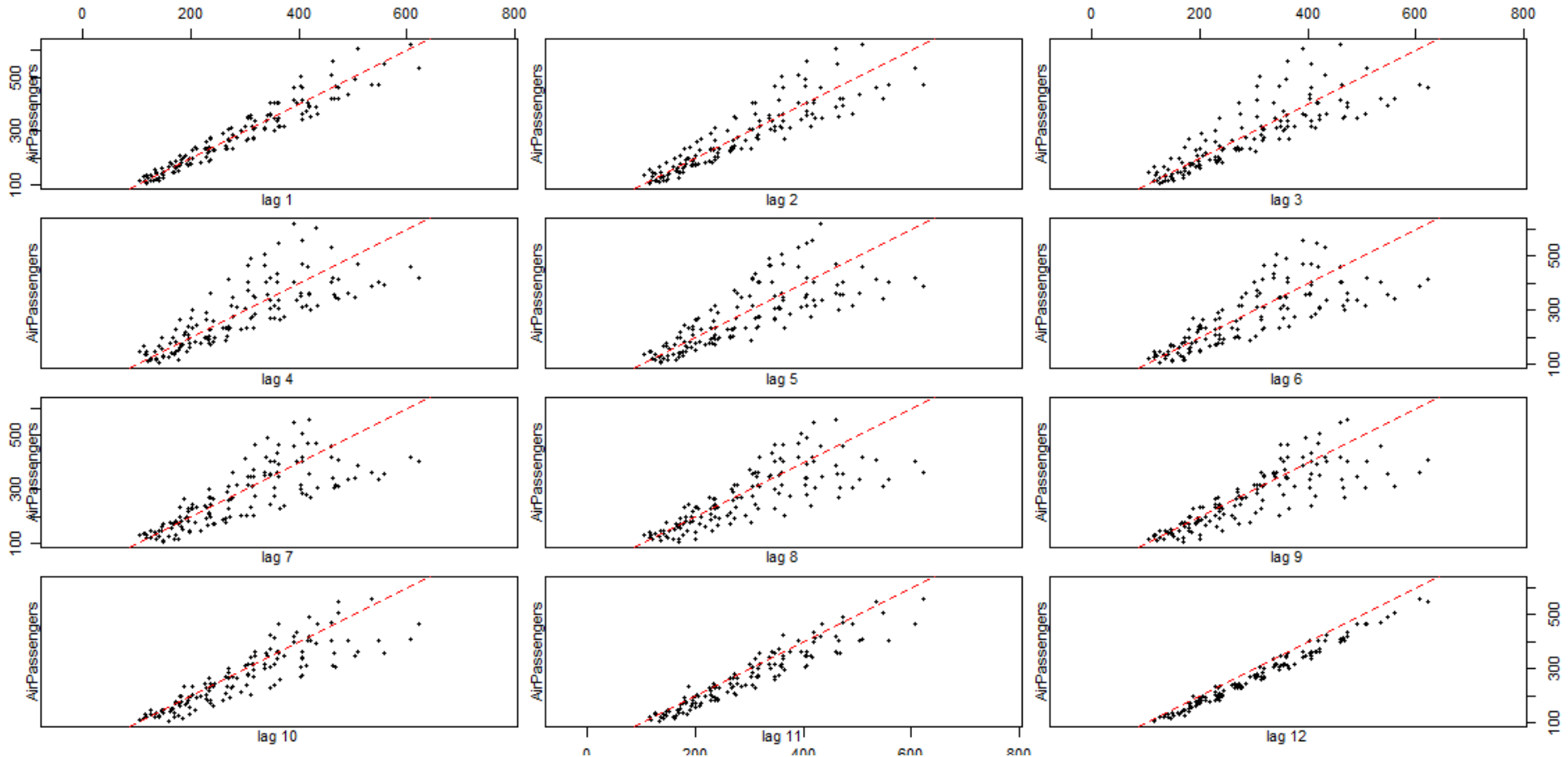
lag.plot – przykład 1

Wykresy rozrzutu białego szumu dla opoźnień: 1-10



lag.plot – przykład 2

Wykresy rozrzutu szeregu AirPassengers dla opóźnień: 1-12



Zadania dla studentów: podać interpretację wykresów

Funkcje: **Acf(x, ...), Pacf(x, ...)** biblioteka **forecast**

Funkcje tworzą wykresy odpowiednio funkcji autokorelacji i autokorelacji cząstkowej dla kolejnych wartości opóźnień.

x	Szereg czasowy typu <i>ts</i> lub <i>mts</i>
lag.max	Maksymalne opóźnienie, do którego należy obliczyć ACF lub PACF. Wartość domyślna to $10 \cdot \log_{10}(N/m)$, gdzie <i>N</i> to liczba obserwacji, a <i>m</i> to liczba serii.
dmean	Flaga logiczna informująca, czy kowariancje powinny dotyczyć średnich z próby. Wartość domyślna: TRUE.
level	Poziom procentowy używany dla przedziałów "krytycznych" (ufności). Wartość domyślna: 0,95,
...	Inne parametry, por. dokumentacja.

Acf, Pacf – przykłady

```
library(forecast)
```

```
# 1. Wykresy autokorelacji dla białego szumu
```

```
BS <- as.ts(rnorm(100))
```

```
par(mfrow=c(2,1))
```

```
Acf(BS, lag.max=40, main="Funkcja autokorelacji białego szumu")
```

```
Pacf(BS, lag.max=20, main="Funkcja autokorelacji cząstkowej białego szumu")
```

```
# 2. Wykresy autokorelacji dla AirPassengers
```

```
par(mfrow=c(2,1))
```

```
Acf(AirPassengers, lag.max=48, main="Funkcja autokorelacji AirPassengers")
```

```
Pacf(AirPassengers, lag.max=48,  
     main="Funkcja autokorelacji autokorelacji cząstkowej AirPassengers")
```

```
# 3. Wykresy autokorelacji dla AirPassengers
```

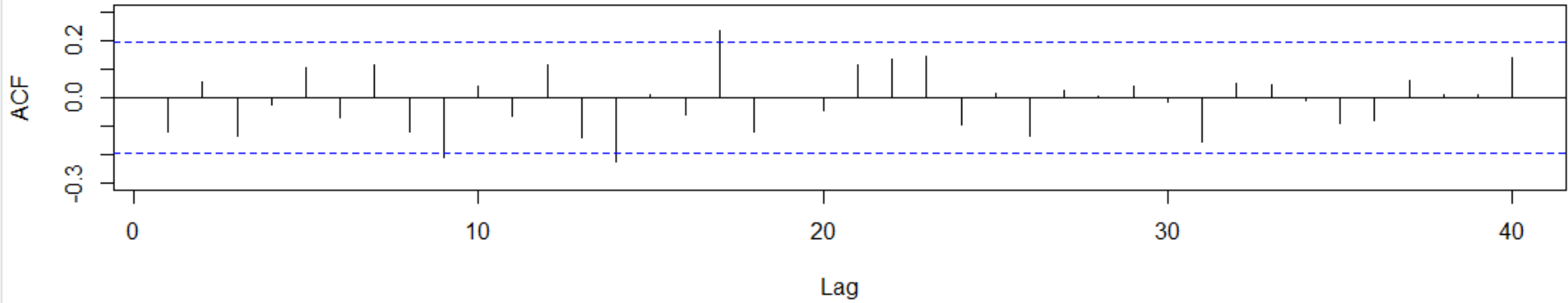
```
par(mfrow=c(2,1))
```

```
Acf(woolrymq_ts, lag.max=48, main="Funkcja autokorelacji woolrymq_ts")
```

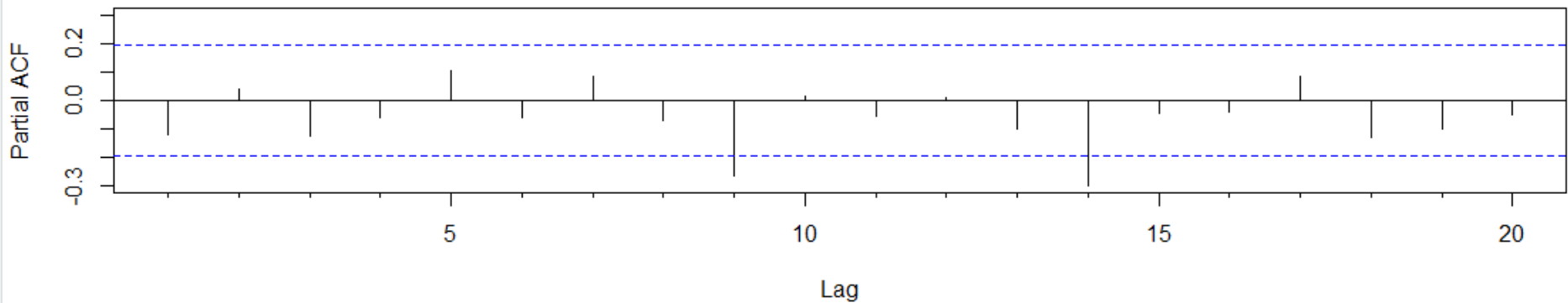
```
Pacf(woolrymq_ts, lag.max=48, main="Funkcja autokorelacji cząstkowej woolrymq_ts")
```

Acf, Pacf – przykład 1

Funkcja autokorelacji białego szumu

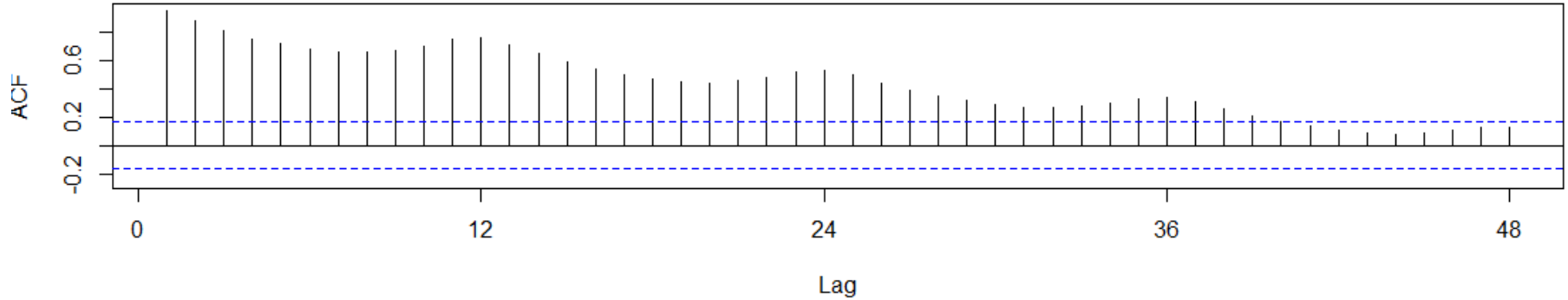


Funkcja autokorelacji cząstkowej białego szumu

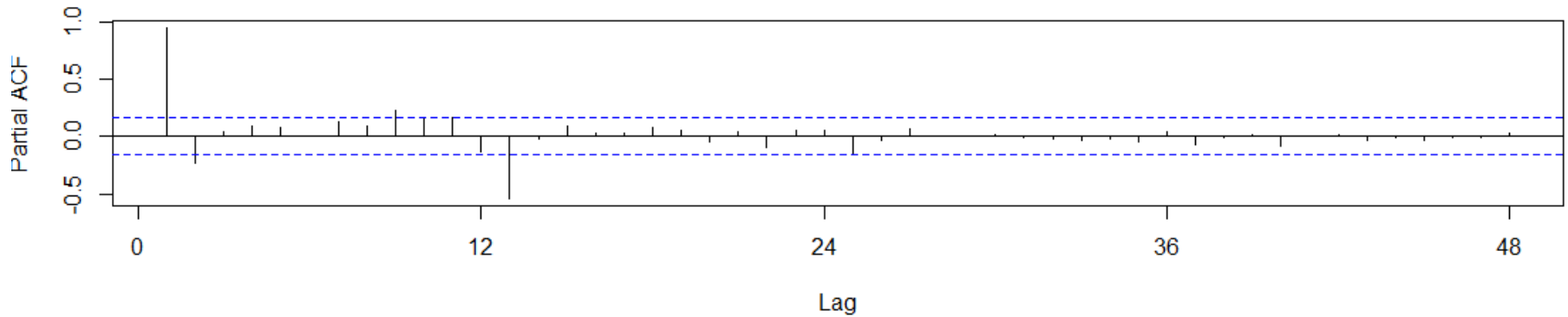


Acf, Pacf – przykłady 2

Funkcja autokorelacji AirPassengers

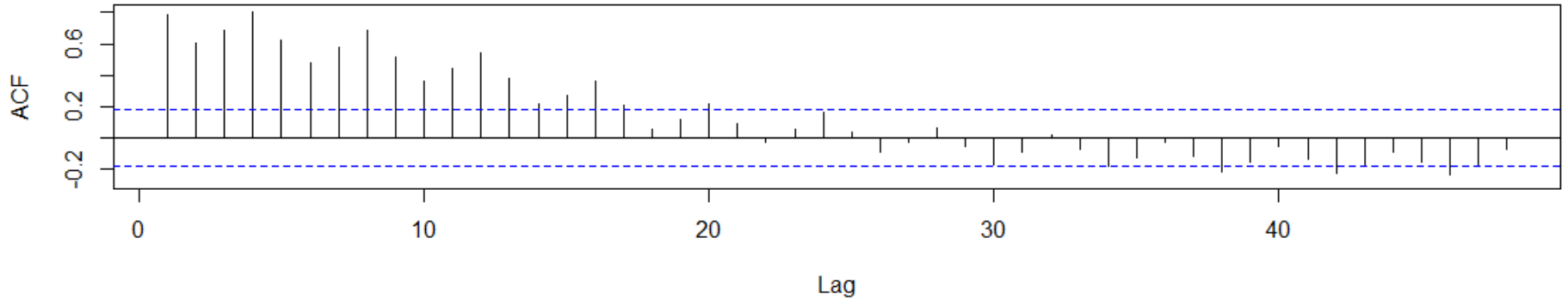


Funkcja autokorelacji autokorelacji cząstkowej AirPassengers

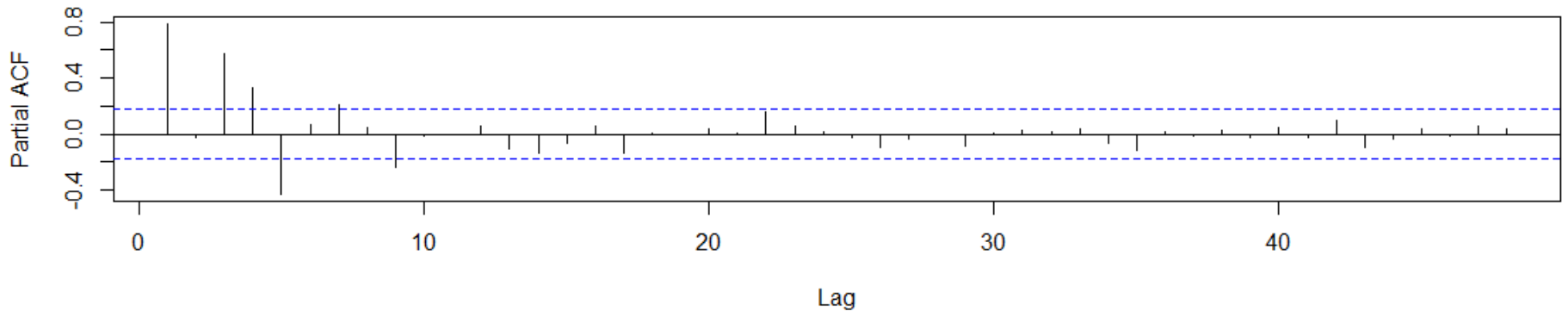


Acf, Pacf – przykład 3

Funkcja autokorelacji woolyrnq_ts



Funkcja autokorelacji cząstkowej woolyrnq_ts



Zadania dla studentów: podać interpretację wykresów

Weryfikacja hipotezy o stacjonarności szeregu

Na innym wykładzie